КРИСТАЛЛОГРАФИЯ, 2024, том 69, № 3, с. 382–392

КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКАЯ СИММЕТРИЯ

УДК 548.12

Установление различных видов симметрии может быть разбито на два больших раздела соответственно тому, идет ли речь об определении симметрии некоторой ограниченной системы, или системы, которую можно считать неограниченной. Мы здесь займемся только конечными системами.

Пьер Кюри (1966)

ПРИНЦИП КЮРИ И СИСТЕМА ШУБНИКОВА – К ДАЛЬНЕЙШЕМУ РАЗВИТИЮ ИХ ИДЕЙ

© 2024 г. Б. Левин*

Израиль

**E-mail: levinber@yandex.com*

Поступила в редакцию 16.01.2023 г.
После доработки 15.06.2023 г.
Принята к публикации 17.06.2023 г.

Принцип Кюри, устанавливающий связь между симметриями причины и ее следствия, изначально разработан в приложении к ограниченным телам (кристаллам), но сам Пьер Кюри отметил возможность развития его на протяженные среды. Это направление начато работами А.В. Шубникова (кристаллическая среда) и И.И. Шафрановского (маточный раствор), и оно требует своего развития. Сопоставляются системы предельных видов симметрий для ограниченных тел и протяженных сред. Первая из них частично увязана с системой симметрий точечных групп кристаллов. Для второй, в дополнение к известным данным Кюри и Шубникова, теоретически обосновывается введение новых видов предельных симметрий, а также предлагается их общая систематизация.

DOI: 10.31857/S0023476124030026, **EDN:** XPORFE

ВВЕДЕНИЕ

Историческая база. В конце XIX века великий физик Пьер Кюри обобщил совместные с его братом Жаком глубокие кристаллографические исследования, открывшие явление пьезоэффекта. Это философское обобщение привело Пьера Кюри к серии научных прорывов:

– понятие “симметрия”, ранее относимое только к вещественным объектам, было распространено на область физических полей;

– для фиксации полевой симметрии введено понятие предельной симметрии, т.е. симметрии с бесконечно малыми шагами;

– выявлены, описаны и сведены в систему виды этой предельной симметрии;

– на базе предыдущих трех пунктов сформулировано положение, связывающее симметрии причины и следствия, впоследствии обозначенное как “принцип Кюри”.

Такие достижения не были оценены современниками – это отмечали В.И. Вернадский [1, стр. 177] и А.В. Шубников [2, стр. 133]. Идеи Кюри были подхвачены только в середине XX века, да и то лишь некоторыми учеными, конкретно в России – академиком А.В. Шубниковым и профессором И.И. Шафрановским. Их работы были мощными рывками в развитии идей французского ученого, но после их ухода закончился и этот кратковременный ренессанс 40–70-х гг. прошлого века. Редкие статьи следующего периода лишь использовали разработки И.И. Шафрановского [3] о зависимости морфологии кристаллов от движения маточной среды в свете принципа Кюри, но дальнейшего развития этого направления не происходило.

В последние годы появление нескольких публикаций по данной теме [4–9] может свидетельствовать о возвращении интереса к дальнейшему развитию принципа Кюри. Но пока что излагались

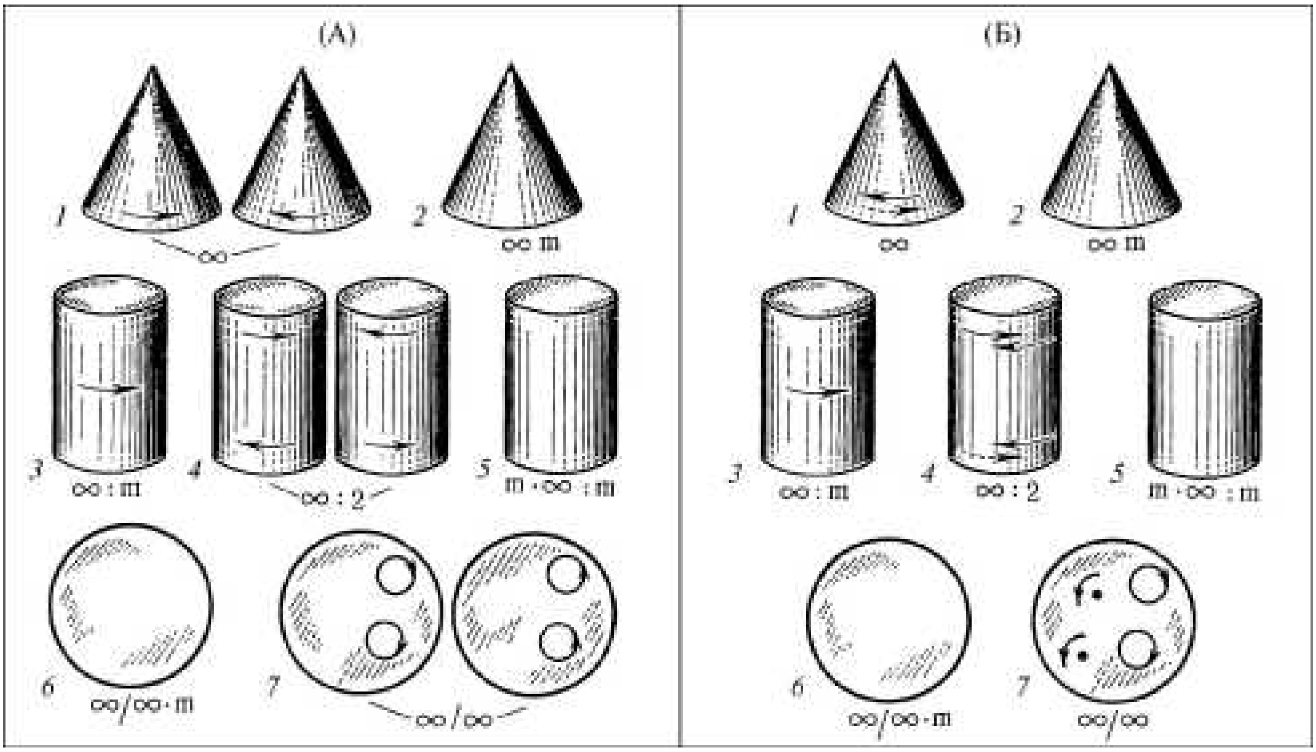

Рис. 1. Предельные точечные группы Кюри, оформленные А.В. Шубниковым [10, рис. 1] (А); модифицированная схема Шубникова: энантиоморфные формы объединены в одну фигуру, двойственность которой показана двойными, разнонаправленными стрелками (Б): *1* – вращающийся конус L_∞; *2* – простой конус $L_\infty \infty P$; *3* – вращающийся цилиндр $L_\infty ПС$; *4* – закрученный цилиндр $L_\infty \infty L_2$; *5* – простой цилиндр $L_\infty \infty L_2 \infty РПС$; *6* – простой шар $\infty L_\infty \infty РС$; *7* – шар с закрученными диаметрами ∞L_∞. В тексте слово “простой” может опускаться.

только предварительные подходы на уровне эмпирики. Требуется идти дальше и развивать теоретическую базу, заложенную Кюри, Шубниковым и Шафрановским.

Выбор направления. Направление развития теоретической базы было определено самим Пьером Кюри (см. эпиграф). В нем Кюри ясно показал, что виды симметрии должны быть различными в двух разных сферах: *а* – в ограниченных телах и *б* – в протяженных сущностях. Вторые (*б*) – это разные среды или пространства, т.е. вещество, не имеющее границ. Сам принцип Кюри универсален и ожидаемо работает в обеих сферах, но условием его применения должен быть учет различий базы понятий для каждой из них. Для этого прежде всего необходимо такое различие выявить, сформулировать и обосновать. Этому и посвящена данная работа.

Стоит подчеркнуть удивительную ясность исследовательского мышления Кюри – четко привязав свою работу к сфере ограниченных тел, он в то же время указывает на наличие второй сферы, что следует расценивать как заявку на ее будущее развитие. К сожалению, эта заявка осталась нереализованной – после трагической гибели ее автора не нашлось продолжателя данного направления.

Мысль о возможности существования разных типов симметрий в статике и динамике просто потерялась, и указание Кюри на необходимость такого разделения осталось вне научного внимания. Последовательное разделение видов предельной симметрии Кюри по двум разным сферам их приложения и является задачей данной работы. Главная тема внутри этой задачи – выявление и систематизация предельных форм симметрии неограниченных пространств. При этом вырисовывается необходимость введения новых форм предельных симметрий, о некоторых из них упоминалось в [5, 9]. Но там они вводились на эмпирических основаниях, поэтому требуется их дальнейшее теоретическое обоснование.

Начнем с ограниченных тел, так как именно на них, по словам Кюри, выстроены его наработки. Стоит сначала приглядеться к их систематизации и, базируясь на этом, переходить в новую область – к неограниченным средам.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СИММЕТРИИ ОГРАНИЧЕННЫХ ТЕЛ

Имеющиеся систематизации предельных видов симметрии. Стандартный вид рисунков предельных (*a*) $\dfrac{2L_\infty}{P_\infty}, \dfrac{\infty L_2}{P_2}, \mathrm{C}.$

Пример: цилиндр, тело, сжатое в некотором направлении.

(*b*) $2L_\infty, \infty L_2.$
Закрученный цилиндр.

(*c*) $(L_\infty, l_\infty), \infty P_1.$
Усеченный конус, электрическое поле.

(*d*) $\dfrac{(L_\infty, l_\infty)}{P_\infty}, C.$
Вращающийся цилиндр, магнитное поле.

(*e*) $\left(L_\infty, l_\infty\right).$

Рис. 2. Пять осевых групп Кюри [11, стр. 102].

форм симметрии Кюри от А.В. Шубникова [10] приведен на рис. 1А. Этот рисунок можно несколько упростить, убрав двойственность в энантиоморфных типах (рис. 1Б). На рис. 2 для сравнения приведено прямое фото этого же материала в виде, представленном в исходной статье Кюри [11], но за исключением шаровых групп – в том месте статьи речь идет только об осевых группах. Из приведенного сопоставления видно, что Шубников воплотил в запоминающиеся изображения то, что обозначил сам Кюри, хотя и с некоторой модификацией: усеченный конус Кюри превратился в обычный конус, а группу (*e*), оставшуюся у Кюри без фигурного обозначения, Шубников отобразил вращающимся конусом.

Вместе с тем систематизация предельных видов симметрии у Кюри и Шубникова различна, разница эта проявляется во внутренних взаимоотношениях предельных групп друг с другом. Кюри расположил данные в определенном системном порядке – левая группа имеет наиболее общий (высший) порядок, три средние группы равноправны (не подлежат подчинению друг другу), но каждая из них является подгруппой левой группы, а правая группа входит как подгруппа во все четыре предыдущие. Но после того как А.В. Шубников ввел и математически обосновал представление о полярных векторах, оказалось возможным представить групповые взаимоотношения несколько иначе – отделить друг от друга группы с полярными и биполярными осями, приняв, что они не могут быть подгруппами друг друга. При такой исходной позиции в схеме Кюри группа вращающегося конуса (*e*) становится подгруппой только группы конуса (*c*), потому что у всех остальных групп нет полярных осей. Цилиндрические группы (*b*) и (*d*) останутся подгруппами группы (*a*), но уже не будут связаны групповыми отношениями с (*c*) и (*e*).

Именно в таком взаимоотношении Шубников и расставил группы на своем рисунке – конусные группы, имеющие полярные оси, стоят в верхней строке, а цилиндрические группы (без полярно-векторных осей) отделены от конусных и располагаются строкой ниже. Причем наиболее общие группы и в конусной, и в цилиндрической строках стоят справа, а те, что расположены левее в каждой строке, входят подгруппами в самые правые. Далее взаимоотношение групп и подгрупп по Кюри обозначим как группирование 1, а то же по Шубникову – как группирование 2.

О связи симметрий кристаллов с предельными видами симметрии. Уже у самого Кюри прослеживается мысль, что система предельных видов симметрии проецируется на точечные кристаллические группы сингоний средней категории. Эта мысль стала достаточно признанной примерно в последней четверти прошлого века, вплоть до включения предельных видов в общую таблицу точечных кристаллических форм в качестве нижнего завершения ее столбцов. Такова, например, таблица 7.1 в учебнике кристаллофизики Ю.И. Сиротина и М.П. Шаскольской [12].

Такая связь вполне конкретна для форм сингоний средней категории, недаром у Кюри подчеркиваются в этом плане осевые предельные группы. Для кубической сингонии и шаровых групп Кюри подобная связь все же достаточно проблематична, и для детализации этой проблемы здесь тоже стоит привести таблицу классов кристаллической симметрии (рис. 3). Расстановка столбцов в ней совпадает с группированием 1, но в обратном порядке: у Кюри (рис. 2) возрастание уровня групп шло справа налево, а в таблице – слева направо. То есть если абстрагироваться от полярности осей, то в каждой строке средней сингонии точечная группа столбца 1 с единственной осью является подгруппой в каждой группе из остальных столбцов справа от нее, так как у любой из них имеется продольная ось. А точечные группы в столбцах 2, 3, 4 независимы друг от друга, и каждая из них поодиночке является подгруппой группы столбца 5, поскольку содержит ту или иную часть элементов симметрии этой группы 5.

При подходе по схеме группирования 2 (рис. 1) групповая связь по полярности осей у столбцов несколько иная: 1 → 4, (2, 3) → 5, где стрелка указывает направление от подгруппы к более высокой группе, а запятая разделяет равноправные, не подчиненные друг другу группы. Если следовать ей, то можно расставить столбцы в порядке, отвечающем соотношениям групп у Шубникова: 1—4—2—3—5.

В целом при таком подходе не должно смущать то, что три предельные группы описываются как подвижные (вращающиеся или закрученные), в то время как симметрия точечных групп кристаллов статична. Во-первых, движения фигур вращения здесь в некоторой степени определенная формальность, они введены для понижения симметрии неподвижных фигур, чтобы свести их симметрию к определенной ступени симметрии кристаллов. А во-вторых, в самих кристаллах соответствующих столбцов их форма своими скошенными гранями может указывать на потенциальное направление вращения. К примеру, так же как форма храповика (или вертушки на флюгере) указывает на единственно возможное направление вращения даже при его (ее) неподвижности.

Вопрос о месте предельных шаровых групп смотрится уже не столь явно. С позиции группирования 1 (при соподчинении полярных и биполярных групп друг другу) решение, кажется, выглядит тривиальным – простой шар, максимально насыщенный элементами симметрии, замыкает справа всю горизонталь групп кубической сингонии. При этом предельная группа шара с закрученными диаметрами (№ 7 на рис. 1) остается вообще не востребованной.

Однако отмечаются попытки найти ей место как раз в системе группирования 2 – путем разнесения порознь групп с полярными и биполярными осями. Так, в упомянутой выше таблице 7.1 простой шар помещен замыкающим в столбец планаксиального класса (биполярные оси), а шар с закрученными диаметрами завершает столбец планального класса (полярные оси). Такая узкая привязка двух шаровых предельных симметрий уже сама по себе может вызывать некоторые вопросы, например о причинах дискриминации остальных трех классов этой сингонии. Но главная проблема все же в другом. Дело в том, что закрученный цилиндр и полярная ось ни в коей мере не аналогичны. Общее для них – лишь отсутствие у обоих центра инверсии, но это еще не свидетельство их тождественности. Их различие вполне отчетливо – закрученный цилиндр имеет поперечные двойные оси симметрии, а полярная ось принципиально их лишена, иначе она просто не была бы полярной.

Рассуждая по аналогии, для полярно-осевых групп кубической сингонии их предельная группа симметрии должна бы быть шаром с полярно-векторными диаметрами, но таковой попросту невозможен. Симметрия конуса не вписывается как диаметр шара уже потому, что в шаре его точки-антиподы должны быть идентичными, т.е. повторять сами себя отражением в плоскости и/или разворотом по двойным осям. А для конуса такая ситуация полностью исключена, ибо он тогда перестает быть конусом.

Итак, шар с полярными диаметрами – это математический нонсенс. В силу этого представляется не очень уместным и рассмотренное выше группирование 1 для кубических структур, т.е. включение их полярных и планальных форм в единую линейку с тремя остальными формами для того, чтобы завершить таковую предельной симметрией простого шара. Это есть следствие того (стоит повторить еще раз), что в любом конкретном шаре нет места полярным диаметрам.

Если ставить вопрос об обязательности какого-то геометрического отображения предельной (шаровой) симметрии для кубических структур с полярными осями, то кажется возможным вариант с двумя концентрическими шарами (рис. 3). В такой двойной шаровой фигуре диаметры внутреннего шара, продолженные с одной стороны (и только с одной!) до пересечения с внешним шаром, могут считаться предельными аналогами полярных осей многогранников кубической сингонии. Данное сопоставление правомерно, потому что у каждого такого как бы несовершенного диаметра концы принципиально различны, что и определяет полярную ось[1].

Не исключено, что могут быть предложены какие-то другие варианты заполнения данной лакуны, может быть, даже более подходящие. Но этот вопрос не относится здесь к основным, ибо главное для настоящей статьи, как указано ранее, – решение проблемы видов предельной симметрии в неограниченных средах. К этому и перейдем, только прежде надо разобраться с одной из фигур предельной симметрии, не нашедшей тут себе места.

Вопрос о шаре с закрученными диаметрами. В итоге при всех приведенных выше выкладках шар с закрученными диаметрами остался ни к чему не пристроенным при любом группировании – ни по схеме 1, ни по схеме 2. Очевидно, его место – в системе для протяженных сред, тогда имеем первое явное различие двух систем предельных видов симметрии.

[1] Такое представление соответствует двум шарам – одному, описанному вокруг многогранника кубической сингонии, и второму, вписанному в него же. При этом полярные оси у этих фигур будут одним своим концом касаться внешнего шара (описанного вокруг), а другим – внутреннего, вписанного шара, аналогично тому, как изображено на рис. 3.

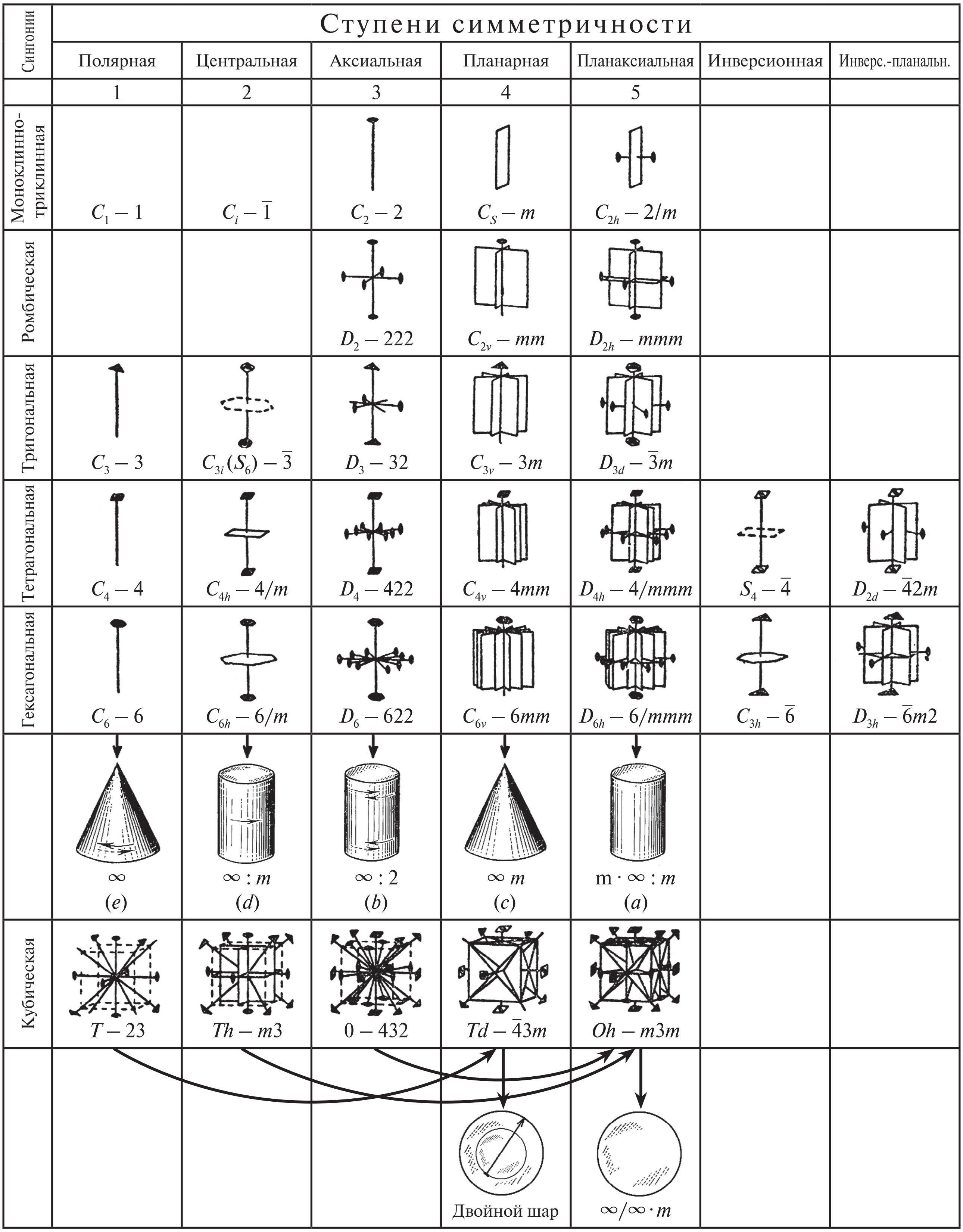

Рис. 3. Связь 32-точечных групп кристаллической симметрии с предельными группами симметрии Кюри–Шубникова. Основа таблицы – из учебника И. Костова [13, стр. 92]. Добавлены номера столбцов и предельные группы с упрощенного рисунка по А.В. Шубникову (рис. 1Б) вместе с буквенной индексацией их по П. Кюри (рис. 2).

Для подтверждения или опровержения этого вывода детальнее рассмотрим текст статьи Кюри [11] – нет ли там какого-либо серьезного обоснования включения разбираемой фигуры именно в систему предельных симметрий ограниченных тел. В ней на стр. 100 приведен список симметрий из 19 позиций. В нем перемежаются и точечные кристаллические группы, и предельные виды симметрий. Последние две позиции заняты как раз шарами: № 18 – интересующий нас шар с закрученными диаметрами, № 19 – простой шар. Далее Кюри оперирует этими номерами позиций, и отсылка (19) встречается многократно, а (18) отмечена только в перечне энантиоморфных форм и более нигде. Ни в каких построениях она не участвует, и ее попадание сюда, видимо, случайность. Ее место как раз в той сфере, которая, по указанию Кюри, не является темой его статьи.

При этом Кюри однозначно признает правомерность и необходимость подхода к этой же теме с принципиально другой стороны, но оставляет это на будущее: «*Мы здесь займемся только...*», а когда-нибудь (или у кого-нибудь) дойдут руки и до другой стороны вопроса.

* * *

Перейдем ко второму разделу, только в качестве подведения итогов этой части еще раз подчеркнем, что здесь указания движений ряда предельных форм симметрии (вращение, закручивание) в некоторой степени формальны, отражаются лишь в особых формах кристаллов. Это важно.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СИММЕТРИИ ПРОТЯЖЕННЫХ СРЕД

О принципе Кюри. Здесь прежде всего надо четко определиться с формулировкой принципа Кюри, ибо он является основой дальнейших выводов. Сам Пьер Кюри не заявлял о принципе как таковом – он просто заложен в логику построений ученого. А.В. Шубников [10] выбрал одно место из статьи Кюри, отчасти адаптировал его и представил принцип Кюри так: *“Когда несколько различных явлений природы накладываются друг на друга, образуя одну систему, их диссимметрии складываются. В результате остаются лишь те элементы симметрии, которые являются общими для каждого явления, взятого отдельно”.*

В этом определении второе предложение поясняет первое, дает его в более привычной форме, т.е. они попросту синонимичны. Это вытекает из того, что под диссимметрией здесь понимается простое отсутствие в конкретном проявлении каких-то элементов симметрии из всех возможных теоретически. Наконец, прямое следствие из приведенной формулировки таково: *Система, образованная двумя (или более) явлениями, может иметь только такие элементы симметрии, которые имеются у каждого из тех явлений.*

Общая часть. За исходную базу для рассмотрения видов предельной симметрии в протяженных средах примем систему Кюри–Шубникова (рис. 1), памятуя, что она разработана для ограниченных тел и отчасти неплохо вписывается в систему 32 классов кристаллической симметрии (правда, не охватывая ее полностью). Далее потребуется выявлять, какие изменения в нее внесет протяженная среда.

Отметим, что в этом разделе указания на движения (вращения, скручивания, перемещения) работают во всей их полноте, и это есть существенное отличие предельных симметрий этого раздела от таковых же в предыдущем разделе. По сути этот факт впервые введен в рассмотрение А.В. Шубниковым [14], математически обосновавшим понятие векторов двух типов и тензоров двух типов. На рис. 4 представлена его схема этих четырех типов движений – именно движений в прямом смысле. Вслед за А.В. Шубниковым и в развитие его идей их стоит полноценно состыковать с предельными видами симметрий, что и будет показано далее.

Конкретика предельных симметрий протяженных сред. Начнем с трех простых форм из рис. 1. Простой шар (№ 6) отображает изотропную, покоящуюся среду (или хаотичную, броуновскую), в которой все направления идентичны, так же, как и в шаре одинаковы его диаметры. Простой конус (№ 2) отражает симметрию направленного движения – потока, и он по сути аналогия полярному вектору Шубникова. Если в предыдущем разделе полярный вектор сопоставлялся с неподвижной полярной осью из-за потенциальной возможности в ней внутреннего движения электронов, то для протяженных сред это движение явное, открытое. Простой цилиндр (№ 5) отражает симметрию колебательных процессов взад–вперед вдоль его оси. Он же в литературе соотнесен с полярным тензором сжатия–растяжения, но такое сопоставление требует серьезного рассмотрения, и оно будет приведено далее.

Итак, даже простые предельные формы, без дополняющих стрелок, здесь уже связаны с движением (шар – это нулевое движение). Тем более таковыми являются и стрелочные формы. Вращающийся цилиндр – это, по Шубникову, аксиальный вектор. Вращающийся конус есть объединение в одной фигуре двух векторов – полярного и аксиального, на что указал сам Шубников в более ранней работе [15, стр. 262–263].

Закрученному цилиндру соответствует аксиальный тензор, и шар с закрученными диаметрами (т.е. с диаметрами, являющимися аксиальными тензорами) – это среда, вращающая плоскость поляризации.

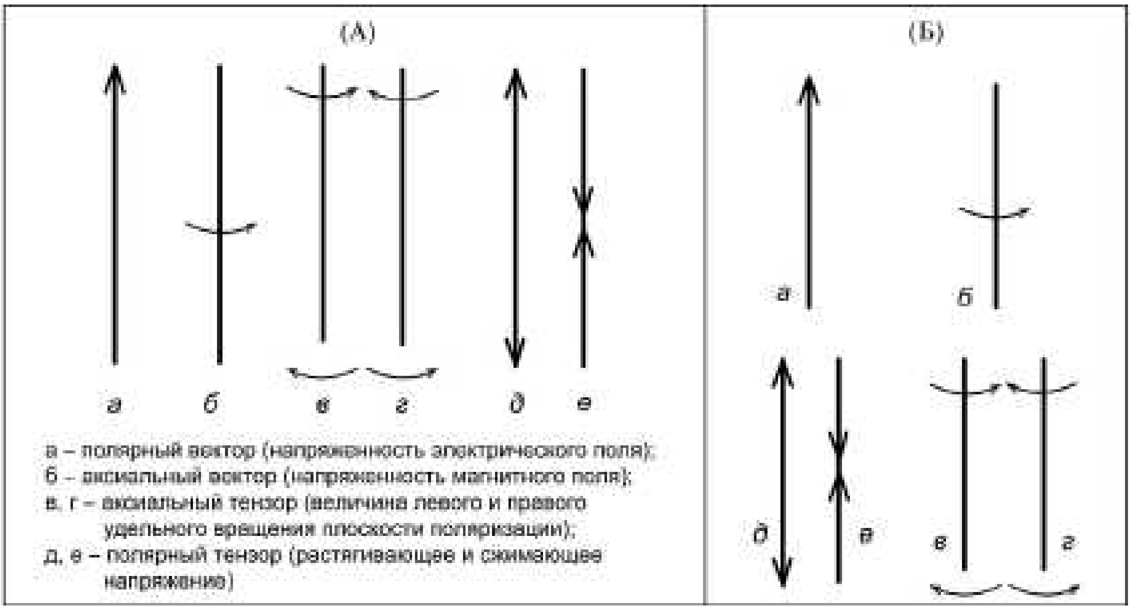

Рис. 4. Четыре типа движений по А.В. Шубникову (векторы и тензоры): А – исходный вариант [10, рис. 2]; Б – фигуры исходного рисунка (а) перегруппированы по системе матрицы: верхний ряд – векторы, нижний – тензоры; левый столбец – полярные сущности, правый – аксиальные.

Указанные различия в двух разбираемых сферах могут показаться формальными, но ими дело не ограничивается. Здесь, в комплексе предельных симметрий неограниченных сред, появляются новые их виды.

Вводная к выводам дополнительных предельных видов симметрии. Ниже разобрана пара особых случаев, описанных А.В. Шубниковым [10], но прежде требуются предварительные замечания к ним обоим. Эти особые случаи – суть мысленные опыты, иллюстрирующие принцип Кюри. Ситуации в них касаются пиро- и пьезоэффектов, относящихся к явлениям кристаллического плана, т.е. связанных с определенными элементами симметрии – полярными осями. Но все-таки они соотносятся не с кристаллическим телом (не с его формой, границами и размерами), а с кристаллическим веществом, т.е. со средой, не зависящей от тех или иных ограничений[2]. Потому они и рассматриваются здесь, и выводы по ним, безусловно, относятся к данному разделу о безграничных средах. К тому же оба эти эффекта проявляются не в статике кристаллов, а в движениях внутри них, что еще ясней подчеркивает их позицию именно в данном разделе.

В этих обоих случаях и возникнет необходимость обратиться к принципу Кюри, приведенному выше. Поскольку в данном принципе речь идет о причинах и следствиях, то полезно изначально воспринять немаловажное положение, которым сам Шубников предварил рассмотрение одного из описанных им опытов: *“Условимся за причину принимать все исходные данные, т.е. заданное, но пока еще никуда не приложенное напряжение t_{33} и заданный, но пока еще не напряженный и не деформированный кристалл, а за следствие то, что спрашивается, т.е. деформированный и напряженный кристалл”* [2, стр. 142].

Представляется верным принять за основу это положение не только для того конкретного опыта со сдавливанием кристалла, а вообще всегда. То есть включать в причины какого-то следствия все исходные данные, симметрия которых по принципу Кюри должна влиять на симметрию результата.

Дополнительный вид предельной симметрии – радиально-векторный шар. Эту ситуацию рассмотрим непосредственно по описанию Шубникова – по его развернутой цитате: *“Возьмем кристалл турмалина, который, как известно, обладает симметрией $3 \cdot m$ (одна ось симметрии третьего порядка и три пересекающиеся по ней, продольные, плоскости симметрии). Известно также, что турмалин при равномерном нагревании электрически поляризуется, т.е. в нем возникает однородное электрическое поле, направленное вдоль оси (пироэлектрический эффект). Мы уже видели выше, что однородное электрическое поле в каждой своей точке обладает симметрией $\infty \cdot m$. … … пироэффект возможен также и в других*

[2] Понятие кристаллическая среда, не имеющая ограничений (в противовес реальному кристаллу, т.е. кристаллическому телу), введено тоже А.В. Шубниковым [16].

средах (кристаллах и текстурах), если по симметрии они принадлежат либо к группе $\infty \cdot m$, либо к одной из подгрупп (1, 2, 3. . . m, 2·m, 3·m,. . .) этой группы максимальной симметрии” [2, стр. 138–139].

Итак, Шубников хочет показать соответствие симметрий причины (т.е. кристалла турмалина) и следствия (электрического поля) – обе они характеризуются полярной осью. Тут стоит обратить внимание на то, что им упущено – при четком расписывании симметрий одной из причин (собственно турмалина) и следствия (появляющегося электрического поля) осталась не указанной симметрия второй причины – теплового воздействия на кристалл. Налицо как бы нарушение собственной установки на внимание ко всем причинам, которые могут повлиять на симметрию следствия.

В общем плане симметрия теплового воздействия имеет изотропный характер в силу броуновского движения молекул, т.е. по системе групп Кюри она относится к симметрии простого шара $\infty/\infty \cdot m$, не имеющего полярных осей. Но если так, то приходим к парадоксу: полярная ось есть у следствия и только у одной из причин – у турмалина, тогда как по принципу Кюри (см. выше) у следствия могут проявиться только те элементы симметрии, которые есть у обеих действующих причин. В чем же тут дело?

Ответ заключается в неправильной оценке симметрии одного из агентов – тепловое воздействие изотропно во внешней среде, но в данном случае должна рассматриваться внутренняя среда кристалла, в которой повышение температуры сопровождается расширением, а расширение – это векторный, центробежный процесс, при котором составные элементы вещества (среды) – атомы-молекулы – не просто усиливают свои колебательные движения, а еще и перемещаются от центра во все стороны. Но перемещение – это всегда вектор (здесь – полярный вектор, по Шубникову), в результате получаем структуру с симметрией не простого шара, а шара с радиусами в виде полярных векторов. Вот тут все становится на свои места – обе причины имеют полярные векторы и *“... их диссимметрии складываются”* – именно по Кюри, т.е. наведенное электрическое поле наследует свою полярность и от турмалина (взяв от него направление единственной оси кристалла), и от векторно-шаровой симметрии градиента температуры кристалла, выбирая из всего множества ее радиусов-векторов только один, совпадающий с осью турмалина.

Таким образом, проблема решена путем обнаружения нового вида симметрии – шара с полярно-векторными радиусами[3]. И этот новый вид предельной шаровой симметрии очень естественно дополняет два шаровых вида Кюри–Шубникова – простой шар (скалярный) и шар с закрученными (аксиально-тензорными) диаметрами.

Вид предельной симметрии полярного тензора (механическое сдавливание). Другая ситуация, разобранная Шубниковым там же,– сдавливание кубика каменной соли [2, стр. 142–143]. Этот мысленный опыт поставлен для выявления симметрии полярного тензора – тензора напряжения сжатия/растяжения. Именно здесь, перед описанием опыта, и фигурирует то важное положение, приведенное выше, о необходимости учета симметрий всех возможных причин. В этом опыте двумя причинами являются: сам кристалл с его кубической симметрией (точнее сказать, как и в предыдущем случае,– кристаллическая среда); механическое воздействие, не связанное с внутренними кристаллическими свойствами. Эти разнородные причины и образуют общее следствие на паритетных началах.

В этом опыте Шубников четко указал характеристики симметрий обеих причин – исходный кристалл кубической сингонии с симметрией $\tilde{6}/4$ и давление на него с симметрией тензора сжатия, аналогичной (по Шубникову) симметрии покоящегося цилиндра $m \cdot \infty : m$. Сложение диссимметрий этих причин дает остающуюся симметрию $m \cdot 4 : m$, как раз эти элементы симметрии (причем только они) характеризуют следствие – деформированный кристалл каменной соли. Итак, несовпадающие элементы симметрий обеих причин погасили друг друга в результате их суперпозиции, и принцип Кюри блестяще подтвержден.

Тут у Шубникова все на месте – и следствие, и обе причины обозначены своими симметриями. Вопрос только в том, что при явлении давления имеем, вообще говоря, тензор, т.е. два сопряженных, противоположно направленных вектора, а симметрия для него подается как простой цилиндр – без всяких векторов. Это кажется странным, хотя по факту опыта, вроде бы, так и должно быть[4].

Для прояснения этой ситуации повторим опыт с некоторым изменением входящих условий – поставим под пресс не каменную соль, а кристалл с полярной осью. Тогда, согласно открытию братьев Кюри, в деформированном кристалле появится

---

[3] Правда, для кристалла турмалина эквипотенциальные поверхности нагревания описываются не шаром, а эллипсоидом, но для данной аппроксимации это не имеет принципиального значения. Важно, что радиальные векторы и в шаре, и в эллипсоиде полностью заполняют все направления, идущие от центра. То есть любое из выбранных направлений оказывается вектором.

[4] Кстати говоря, прилагая симметрию простого цилиндра к процессу сжатия–растяжения, Шубников идет непосредственно по Кюри – симметрия (*а*) на рис. 2.

разность потенциалов, т.е. вдоль этой оси будет наведено электрическое поле (естественно, полярно ориентированное). Здесь опять обращаемся к принципу Кюри – если в следствии появляется полярная ось, то она должна быть у обеих причин. У одной из причин (кристалла) она фиксирована условием постановки опыта, а у другой...? Так ведь и у второй причины, у тензора давления, имеются даже два полярных вектора, встречных друг другу на одной оси. Вот тут и выясняется, что симметрия тензора давления должна быть представлена не цилиндром, а двумя разнонаправленными конусами. И эта интерпретация будет справедлива не только для сжатия–растяжения, но и для любого воздействия, ориентированного в две противоположные стороны, например для случая зонального метаморфизма [9], а в морфологии кристаллов – например для процесса двойникования по типу песочных часов.

У сравниваемых тут двух фигур предельной симметрии (неподвижного цилиндра и двойного конуса) элементы симметрии сходны: одна ось бесконечного порядка, поперечная плоскость симметрии и бесконечное множество продольных плоскостей симметрии, потому характеристики их симметрий выглядят одинаково – $m{\cdot}\infty{:}m$.

Сходство стандартных элементов симметрии налицо, что может как-то затушевать различие. При этом чистая кинематика говорит, по-видимому, о том же – встречные векторы действительно гасят друг друга, и перемещения предмета в пространстве не происходит. Но здесь существенна не кинематика, а динамика – не перемещается только центр тяжести предмета, а внутреннее движение торцов предмета навстречу друг другу имеет место быть с безусловностью[5]. Поскольку сжатие налицо, игнорировать эти векторы нельзя. Да и различие в симметриях вполне однозначно: ось цилиндра – скаляр, а у двух соосных конусов она же – тензор, т.е. соосные разнонаправленные векторы. Разница существенная, хотя в шубниковских символах и не отражаемая, так как полярность оси в них не фиксируется в явном виде. Конечно, грамотный кристаллограф и по ним разберется – есть ли в кристалле полярная ось или нет, поскольку строение кристаллов вполне закономерно. Но это возможно только в рамках классической кристаллографии, а при выходе в предельные формы симметрии, как показано выше, уточнение о качестве оси становится необходимым. Поэтому здесь обозначим полярную ось штрихом ($2'$, $3'$, ...∞'), а тензорную, т.е. пару соосных векторов,– двумя штрихами. Тогда символ предельной группы для полярного тензора станет ($m{\cdot}\infty''{:}m$) в отличие от символа покоящегося цилиндра ($m{\cdot}\infty{:}m$).

К систематике предельных форм симметрии. На рис. 1 и 2 приведены системы предельных симметрий по Шубникову и по Кюри. Включение двух новых предельных видов симметрии требует уточнения общей их систематики.

Такая попытка систематизации представлена на рис. 5 в виде общей схемы-таблицы. Однако в ней кроме двух описанных выше новых видов предельной симметрии появляются два дополнительных вида в самом правом столбце, но о предпосылках их появления поговорим позже, а сначала разберемся в трех левых столбцах, пока без четвертого. Именно в третьем столбце расположены обоснованные выше предельные виды симметрии – двойной конус и радиально-полярный шар.

При этом объединении семи видов симметрии Кюри с двумя нововведенными видами намечаются три последовательно связанные линии: 1) простой цилиндр – простой шар; 2) вращающийся цилиндр – закрученный цилиндр – шар с закрученными радиусами; 3) простой конус – двойной конус – шар с конусными (полярными) радиусами. Эти линии составляют три левых столбца таблицы, причем часть ее, выделенная штриховым квадратом, – суть шубниковские типы движений (рис. 4), выраженные наглядными фигурами, восходящими к идеям Кюри.

Наличие пустого места в первом столбце вполне закономерно – если удвоение векторов (с их перенаправлением) переводит их в тензоры, то удвоение скаляра оставляет его в прежнем статусе. То есть формально это место можно заполнить таким же цилиндром, как и в первой строке. Система при этом ясно видна: вторая строка – это удвоение первой, а третья строка есть радиальная развертка второй строки (или даже первой) по всем направлениям пространства, естественно приводящая к шаровым формам.

Все было бы вполне закономерно, если бы при этой системе не оказался неучтенным один вид предельной симметрии – вращающийся конус (№ 1 на рис. 1), отображающий совмещение сразу двух движений – поступательного вдоль оси и вращательного вокруг нее, т.е. объединяющий полярный и аксиальный векторы. Его учет необходим в любой систематике, и в развиваемой тут системе его место – в первой строке, вслед за двумя его составными частями – полярным и аксиальным векторами. При этом возникают еще два пустых места под ним, для которых уже не просматривается какого-либо рационального объяснения, аналогичного таковому в скалярном столбце. Однако возможно сконструировать еще два вида предельных симметрий в линиях тензоров (средняя строка)

[5] Чтобы визуально убедиться в наличии фактора движения при сжатии любого объекта, достаточно вместо него поместить пружину.

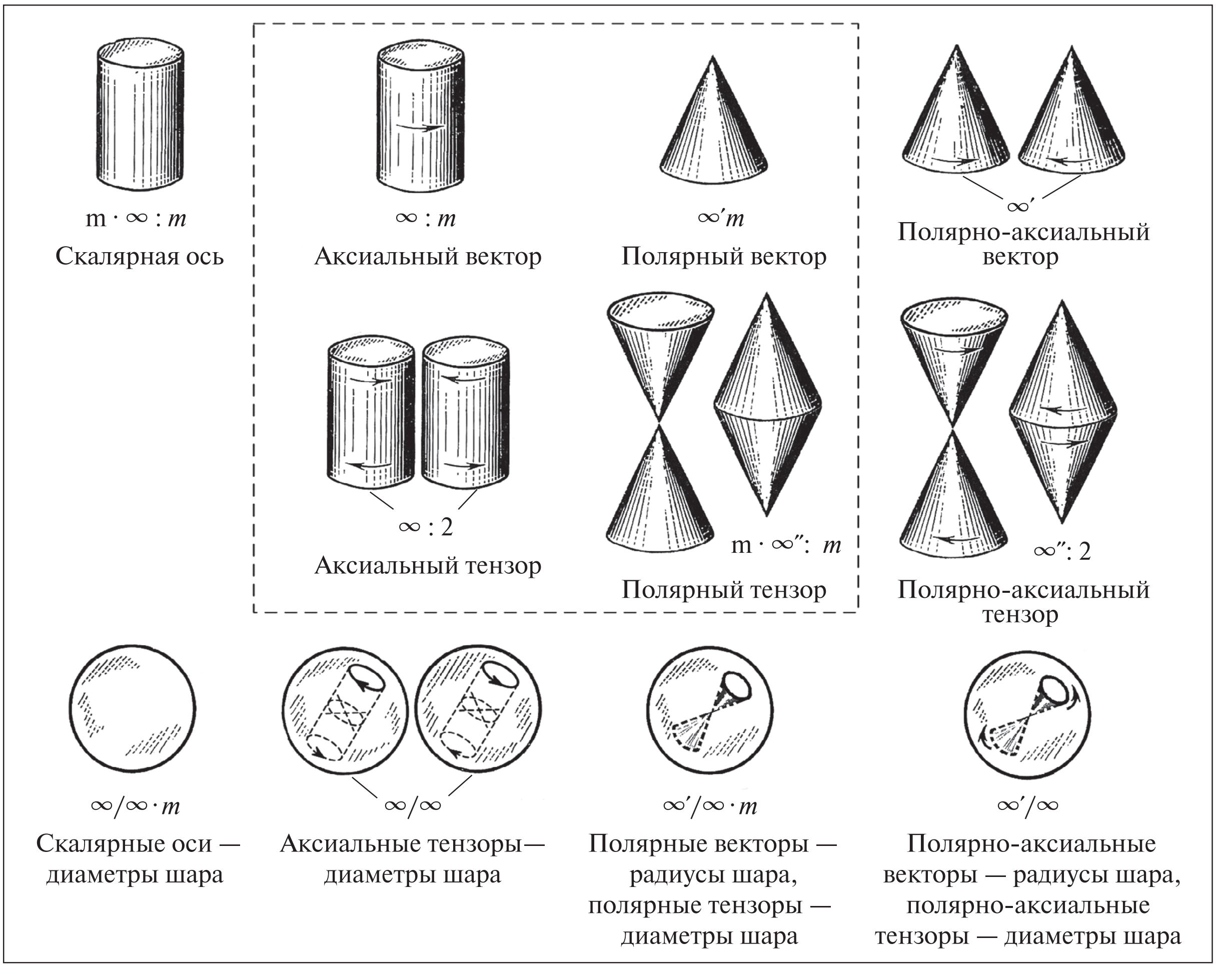

Рис. 5. Сводная таблица видов предельной симметрии для неограниченных сред. В штриховой рамке – предельные симметрии четырех типов движений А.В. Шубникова (рис. 4). Их названия использованы и для конструирования обозначений остальных предельных видов симметрии. Наличие полярных векторов отмечено штрихом при символе соответствующей оси, двойной штрих – наличие полярного тензора.

и шаров (нижняя строка) – именно по аналогии со вторым и третьим столбцами схемы.

Пока выделение этих двух предельных симметрий базируется на чистой логике. Но и на данном уровне можно видеть, что в механике симметрия полярно-аксиального тензора проявляется, например, в домкрате, раздвигающемся в обе стороны при его вращении. Вообще в природе она овеществляется в разных спиралевидных формах, конкретней – в движении и становлении спиральных структур. В кристаллографии, например, это проявляется при спиральном росте кристаллов. Следовательно, кристаллы в стационарном состоянии имеют одни типы предельной симметрии, а в динамике (при их росте) тем же кристаллам соответствуют другие предельные типы. Очевидно, это предвидел глубоко мыслящий кристаллограф и философ Пьер Кюри, что явно следует из его фразы, вынесенной в эпиграф.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Идею Пьера Кюри о возможности приложения понятия симметрии к неограниченным средам развили академик А.В. Шубников (введение понятия кристаллическая среда, рассмотрение симметрий физических свойств кристаллов) и профессор И.И. Шафрановский (характеристика симметрий маточной среды), но пока безотносительно к возможной изменчивости предельных видов симметрий в такой ситуации. Дальнейшее углубление этого подхода выявляет новые виды предельной симметрии, которые вкупе с известными видами предельной симметрии Кюри–Шубникова образуют стройную, закономерную систему, представленную на рис. 5. В ней остались все семь ранее известных фигур системы Кюри–Шубникова и к ним добавлено четыре новых вида предельной симметрии – два тензора (полярный и полярно-аксиальный) и два шара под ними (с такими же диаметрами).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вернадский В.И.* Живое вещество. М.: Наука, 1978. 360 с.
2. *Шубников А.В.* Избранные труды по кристаллографии. М.: Наука, 1975. 552 с.
3. *Шафрановский И.И.* Лекции по кристалломорфологии. М.: Высшая школа, 1968. 174 с.
4. *Афанасьев В.П.* Человек и природа. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2018. 93 с.
5. *Левин Б.С.* // Зап. РМО. 2018. № 6. С. 136. https://doi.org/10.30695/zrmo/2018.1476.08
6. *Войтеховский Ю.Л.* // Зап. РМО. 2019. № 3. С. 118. https://doi.org/10.30695/zrmo/2019.1483.09
7. *Ракин В.И.* // Зап. РМО. 2019. № 4. С. 125. https://doi.org/10.30695/zrmo/2019.1484.09
8. *Левин Б.* Труды Ферсмановской научной сессии ГИ КНЦ РАН-18. Апатиты, 2021-а. С. 252. https://doi.org/10.31241/FNS.2021.18.047
9. *Левин Б.* Труды Ферсмановской научной сессии ГИ КНЦ РАН-18. Апатиты, 2021-б. С. 258. https://doi.org/10.31241/FNS.2021.18.048
10. *Шубников А.В.* // Успехи физ. наук. 1956. № 59. С. 541.
11. *Кюри П.* // Избранные труды. М.; Л.: Наука, 1966. С. 95.
12. *Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П.* Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979. 640 с.
13. *Костов И.* Кристаллография. М.: Мир, 1965. 528 с.
14. *Шубников А.В.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1949. Т. 13. № 3. С. 347.
15. *Шубников А.В., Флинт Е.Е., Бокий Г.Б.* Основы кристаллографии. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1940. 488 с.
16. *Шубников А.В.* Академику В.И. Вернадскому к 50-летию научной и педагогической деятельности. Т. 1. М.: Изд-во АН СССР, 1936. С. 97.

THE CURIE PRINCIPLE AND THE SHUBNIKOV SYSTEM – TO THE FURTHER DEVELOPMENT OF THEIR IDEAS

© 2024 B. Levin*

Israel

**e-mail: levinber@yandex.com*

The Curie principle, which establishes a relationship between the symmetries of a cause and its effect, was originally developed for finite bodies (crystals), but Pierre Curie himself noted the possibility of its application to extended media. This direction was initiated by the works of A.V. Shubnikov (crystalline media) and I.I. Shafranovsky (mother solution), and it requires further development. The systems of limiting symmetries for finite bodies and extended media are compared. The former is partially correlated with the symmetry system of crystallographic point groups. For the latter, in addition to the known data from Curie and Shubnikov, the introduction of new types of limiting symmetries is theoretically justified, and a general systematization is proposed.