

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ ВОЛНОВОГО ВЕКТОРА ФАЗОВОЙ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ В КУБИЧЕСКОМ ФОТОРЕФРАКТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ

© 2024 г. В. Н. Навныко^{1,*}

¹Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина, Мозырь, Республика Беларусь

*E-mail: valnav@inbox.ru

Поступила в редакцию 14.05.2023 г.

После доработки 01.06.2023 г.

Принята к публикации 01.06.2023 г.

Изучена зависимость изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кубического фоторефрактивного кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ от направления волнового вектора голографической решетки в кристаллографической системе координат. Показано, что при записи фазовой голограммы наибольшее изменение показателя преломления кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ достигается при ориентации волнового вектора голографической решетки вдоль симметрично эквивалентных направлений $\langle 111 \rangle$. Установлено, что максимально возможная амплитуда модуляции показателя преломления голографической решетки при ориентации ее волнового вектора вдоль направлений $\langle 110 \rangle$ оказывается больше, чем при ориентации вдоль направлений $\langle 100 \rangle$. При расчетах компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ принималось в учет, что запись фазовой голограммы происходит под действием линейного электрооптического, фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов.

DOI: 10.31857/S0023476124030103, EDN: XOJCFD

ВВЕДЕНИЕ

Фоторефрактивные кристаллы занимают особое место среди неорганических голографических материалов, поскольку они обладают более высокими эксплуатационными характеристиками (механическая и термическая прочность, химическая устойчивость и др.) по сравнению с фоточувствительными полимерами, галлоидосеребряными эмульсиями и бихромированной желатиной, а также допускают запись и считывание сверхглубоких голографических решеток [1]. Кроме того, такие кристаллы позволяют осуществлять запись голографической решетки в режиме реального времени, а за счет электрооптического эффекта допускают эффективное электрическое управление условиями дифракции световых волн [2]. Указанные особенности фоторефрактивных кристаллов обусловили их широкое использование в качестве фоточувствительных сред при создании элементной базы голографических интерферометров, оптических модуляторов, дифракционных фильтров и иных устройств [2, 3].

Вследствие бурного развития биомедицинских и информационно-коммуникационных технологий сфера практического применения фоторефрактивных кристаллов в последние годы существенно

расширилась. Достигнут прогресс при изучении способов использования фоторефрактивных сегнетоэлектриков $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ в биологии и медицине, благодаря которому открыты новые горизонты научных и технологических возможностей. В настоящее время перечень возможных биомедицинских технологий, в которых применяются фоторефрактивные кристаллы, включает в себя такие направления, как клеточная биология, передача сигналов, проблемы регенерации, противоопухолевого действия и клеточной биоинженерии [4]. Кристаллы $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ и CdTe рассматриваются в качестве фоторегистрирующих сред в детекторах оптического излучения, которые используются в системах позиционно-эмиссионной томографии [5]. В настоящее время также изучается возможность использования сегнетоэлектриков $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ в системах голографического шифрования и дешифрования [6]. В [7] предложена возможность применения фоторефрактивных кристаллов для нейроморфных вычислений в телекоммуникационных приложениях.

Кристаллы $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO), $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (BTO), $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO) образуют перспективный для записи и считывания голографических решеток класс фоторефрактивных сред. Такие кристаллы обладают меньшим временем фоторефрактивного

отклика по сравнению с кристаллами BaTiO_3 , LiNbO_3 , SBN и могут использоваться в устройствах, работающих в режиме реального времени [2, 8]. Этим кристаллам присуща оптическая активность, что обуславливает возникновение комплекса поляризационных эффектов при записи и считывании голографических решеток [8]. В настоящее время активно анализируются особенности взаимодействия световых пучков с кубическими фоторефрактивными кристаллами [9–11]. В [9] на примере монокристаллического образца BSO выполнен анализ применимости метода λ -модуляции для изучения процессов, определяющих поглощение света в кристаллах силленитов, по оптическому пропусканию плоскопараллельных образцов. Использование такой методики позволяет осуществлять идентификацию внутрицентровых переходов и в других кристаллах класса силленитов, в том числе легированных различными примесями. Динамика фотоиндуцированного поглощения и записи голографических решеток в кристалле BSO изучена в [10]. Установлено, что существуют два механизма записи голографических решеток с временами жизни, различающимися на три порядка, причем вклад каждого механизма существенно зависит от интенсивности лазерного излучения. В [11] предложена схема адаптивного интерферометра, в которой используется ортогональная схема двухволнового взаимодействия в оптически активном фоторефрактивном кристалле.

Важной задачей при изучении особенностей записи и считывания голографической решетки в фоторефрактивном кристалле является установление условий эксперимента, при которых достигаются наибольшие значения выходных энергетических характеристик голограммы (дифракционная эффективность, коэффициент усиления предметной волны). Как показано, например, в [12–14], решение этой задачи во многом зависит от выбора направления волнового вектора голографической решетки (далее – вектор решетки) в кристаллографической системе координат. В [12] теоретически и экспериментально исследована зависимость коэффициента усиления при двухволновом взаимодействии в пропускающей геометрии от пространственной ориентации фоторефрактивных кристаллов GaAs:Cr и InP:Fe . Выявлено, что при подходящих экспериментальных условиях для кристаллических пластин, вырезанных в плоскости (100), может достигаться 50% максимально возможного коэффициента усиления предметной волны. Зависимость коэффициента усиления при двухволновом взаимодействии от направления вектора решетки в кристаллографической системе координат для кристаллов BSO и BTO исследована в [13]. Найдено, что в пропускающей геометрии направление [111] является выгодным только в случае, если удельное вращение кристалла

пренебрежимо мало, поскольку оптическая активность обуславливает смещение оптимального направления вектора голографической решетки к оси [001]. Зависимость дифракционной эффективности пропускающей голограммы, сформированной в кристалле BGO при приложении внешнего постоянного электрического поля вдоль направления [110], от ориентации вектора решетки при его вращении в плоскости (110) изучена в [14]. Показано, что наибольшая эффективность дифракции достигается при ориентации вектора решетки под углами $\pm 30^\circ$ к направлению [110] и обуславливает двукратное увеличение дифракционной эффективности.

Был опубликован ряд работ (например, [15–17]), в которых более детально изучались условия достижения наибольших значений выходных энергетических характеристик пропускающих голограмм, сформированных в кубических фоторефрактивных кристаллах. В [15] теоретически получено, что в оптически активном фоторефрактивном пьезокристалле класса симметрии 23 наибольший коэффициент усиления при двухволновом взаимодействии может достигаться в кристаллических образцах среза (110). Более общий случай рассмотрен в работе [16], в которой исследована зависимость дифракционной эффективности пропускающей голограммы от ориентации вектора решетки, напряженности приложенного к кристаллу постоянного электрического поля и входной поляризации световых волн. В отличие от [12–16], где рассматривались только фазовые голограммы, в [17] анализировалась задача о нахождении оптимальных ориентаций вектора решетки, при которых достигаются наибольшие выходные энергетические характеристики фазово-амплитудной голограммы. Определены кристаллические срезы, для которых достигается наибольшая дифракционная эффективность фазово-амплитудных голограмм. Полученные результаты могут быть использованы для совершенствования оптических устройств, в которых используются в качестве фоточувствительных сред кристаллы ВТО.

Условия достижения наибольших значений выходных энергетических характеристик отражательной голограммы в зависимости от ориентации ее волнового вектора в кристаллографической системе координат изучены в [18–20]. При изучении зависимостей дифракционной фазовой отражательной голограммы и относительной интенсивности предметной волны от толщины установлено [18, 19], что для фоторефрактивных кристаллов класса симметрии 23 существует критическое значение толщины. Если толщина кристалла меньше критической, то наибольшие значения выходных энергетических характеристик отражательной голограммы при оптимальных условиях могут достигаться для срезов семейства {100}, а для остальных

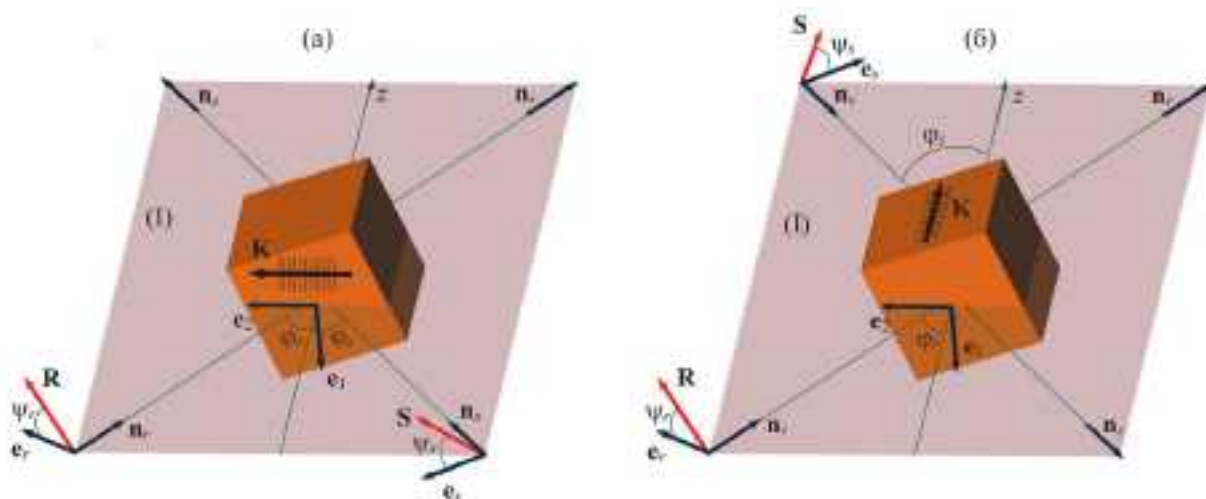


Рис. 1. Схема двухволнового взаимодействия в кубическом фоторефрактивном кристалле: а — пропускающая геометрия, б — отражательная геометрия.

значений толщины максимум достигается для срезов семейства $\{111\}$. В [20] получены уравнения связанных волн, пригодных для описания встречного взаимодействия на отражательной фазово-амплитудной решетке при произвольной ориентации кристалла с учетом электрооптического и пьезоэлектрического эффектов, а также оптической активности и поглощения кристалла. Исследована зависимость эффективности внутримодовых и межмодовых процессов при встречном двухволновом взаимодействии в кристалле ВТО от угла между волновым вектором решетки и кристаллографической осью $[001]$.

Несмотря на наличие большого количества работ по тематике исследования, остается открытым следующий вопрос: для каких направлений вектора решетки в фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23 может быть достигнута максимальная амплитуда модуляции показателя преломления кристалла. Для получения ответа на этот вопрос следует для каждого направления вектора решетки в кристаллографической системе координат построить указательную поверхность [21] нормальной составляющей изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла и найти соответствующие ей экстремальные значения. Решение этой задачи позволит установить такие направления вектора решетки, для которых могут быть достигнуты максимальные значения выходных энергетических характеристик голограммы.

Таким образом, целью настоящей работы является нахождение экстремальных направлений вектора решетки в фоторефрактивном кристалле BSO, для которых амплитуда модуляции показателя преломления фазовой решетки будет наибольшей. При расчетах нормальной составляющей

изменения компоненты обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла BSO будет приниматься во внимание совместное действие линейного электрооптического, фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов.

МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Пусть в кубическом фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23 в результате взаимодействия двух линейно поляризованных световых волн в пропускающей (рис. 1а) или отражательной (рис. 1б) геометриях сформирована фазовая синусоидальная решетка. Единичные векторы $\mathbf{n}_r$ и $\mathbf{n}_s$ совпадают по направлению с волновыми нормальными опорной и предметной волн соответственно и лежат в плоскости падения (I). Векторные амплитуды $\mathbf{R}$ и $\mathbf{S}$ световых волн образуют углы ψ_r и ψ_s с единичными векторами $\mathbf{e}_r$ и $\mathbf{e}_s$, которые лежат в плоскости (I) под прямыми углами к векторам $\mathbf{n}_r$ и $\mathbf{n}_s$. Единичные векторы $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$ принадлежат ортогональному базису $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$, который зафиксирован относительно плоскости (I). Единичный вектор $\mathbf{e}_3$ (не показан на рис. 1) совпадает по направлению с осью Oz , вдоль которой отсчитывается толщина кристалла. Угловые расстояния φ_r , φ_s соответствуют углам Брэгга и откладываются в плоскости (I) между осью Oz и направлениями векторов $\mathbf{n}_r$, $\mathbf{n}_s$ соответственно. Вектор $\mathbf{K}$ является волновым вектором решетки. На рис. 1 параллельными линиями, перпендикулярными вектору решетки $\mathbf{K}$, схематически отображены периодически расположенные фазовые плоскости голограммы, рассеивающие световые волновые фронты. Из сравнения рис. 1а и 1б видно, что при симметричном распространении световых волн для пропускающих голограмм волновой вектор $\mathbf{K}$ лежит в плоскости, содержащей

векторы $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$, а рассеивающие фазовые плоскости голограммы перпендикулярны этой плоскости. В случае отражательной голограммы волновой вектор $\mathbf{K}$ направлен вдоль оси Oz , а рассеивающие фазовые плоскости голограммы параллельны плоскости, содержащей векторы $\mathbf{e}_1$ и $\mathbf{e}_2$.

Дифференциальные уравнения, пригодные для описания одновременной дифракции опорной и предметной световых волн на элементарной синусоидальной фазовой решетке, известны в литературе как уравнения Когельника [22] и в простейшем случае для кубического фоторефрактивного кристалла могут быть представлены в виде [2]:

$$\frac{dR(z)}{dz} = i \frac{\pi n_0^3}{2\lambda \cos \varphi_R} (\mathbf{e}_R^* \Delta \hat{\mathbf{b}} \mathbf{e}_S) S(z), \quad (1)$$

$$\frac{dS(z)}{dz} = i \frac{\pi n_0^3}{2\lambda \cos \varphi_S} (\mathbf{e}_S^* \Delta \hat{\mathbf{b}} \mathbf{e}_R) R(z), \quad (2)$$

где R и S — модули векторных амплитуд $\mathbf{R}$ и $\mathbf{S}$; $\mathbf{e}_R$ и $\mathbf{e}_S$ — нормированные векторы поляризации опорной и предметной световых волн; $\Delta \hat{\mathbf{b}}$ — изменение обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла; n_0 — показатель преломления невозмущенного кристалла; λ — длина световой волны; i — мнимая единица. В уравнениях (1) и (2) множитель $\pi n_0^3 / (2\lambda \cos \varphi_{R,S})$ является постоянной связи, а тензорная свертка $(\mathbf{e}_{R,S}^* \Delta \hat{\mathbf{b}} \mathbf{e}_{S,R})$ используется для задания амплитуды модуляции показателя преломления фазовой голограммы, записанной в фоторефрактивном кристалле.

Поскольку в работе анализируется случай, когда световые волны имеют линейную поляризацию, при рассмотрении уравнений (1) и (2) будем полагать, что $\mathbf{e}_R^* = \mathbf{e}_R$ и $\mathbf{e}_S^* = \mathbf{e}_S$. Известно (например, [8]), что наибольшая глубина модуляции записываемой интерференционной картины при двухволновом взаимодействии достигается в случае, если векторные амплитуды линейно поляризованных световых волн параллельны друг другу ($\mathbf{e}_R = \mathbf{e}_S$) при их распространении в кристалле. С учетом этого и вследствие симметричности обратного тензора диэлектрической проницаемости $\Delta \hat{\mathbf{b}}$ можно полагать, что $(\mathbf{e}_R \Delta \hat{\mathbf{b}} \mathbf{e}_S) = (\mathbf{e}_S \Delta \hat{\mathbf{b}} \mathbf{e}_R)$. Таким образом, амплитуда модуляции показателя преломления фоторефрактивного кристалла может быть задана с использованием параметра

$$\chi_{mn}(\mathbf{e}) = \mathbf{e} \Delta \hat{\mathbf{b}} \mathbf{e} = \Delta b_{mn} e_m e_n, \quad (3)$$

где χ_{mn} — нормальная составляющая изменения компонент симметричного обратного тензора диэлектрической проницаемости фоторефрактивного кристалла; $\mathbf{e} = \mathbf{e}_R = \mathbf{e}_S$ — единичный вектор.

Аналитические выражения для нахождения компонент обратного тензора диэлектрической

проницаемости фоторефрактивного кристалла класса симметрии 23 приведены в [23]:

$$b_{11} = p_1 n_1 R_1 + p_2 n_2 R_2 + p_3 n_3 R_3,$$

$$b_{22} = p_1 n_2 R_2 + p_2 n_3 R_3 + p_3 n_1 R_1,$$

$$b_{33} = p_1 n_3 R_3 + p_2 n_1 R_1 + p_3 n_2 R_2,$$

$$b_{12} = b_{21} = p_4 (n_1 R_2 + n_2 R_1) + r_{41} n_3,$$

$$b_{13} = b_{31} = p_4 (n_1 R_3 + n_3 R_1) + r_{41} n_2,$$

$$b_{23} = b_{32} = p_4 (n_2 R_3 + n_3 R_2) + r_{41} n_1,$$

$$R_1 = \gamma_{11} Q_1 + \gamma_{12} Q_2 + \gamma_{13} Q_3, \quad R_2 = \gamma_{21} Q_1 + \gamma_{22} Q_2 + \gamma_{23} Q_3,$$

$$R_3 = \gamma_{31} Q_1 + \gamma_{32} Q_2 + \gamma_{33} Q_3,$$

$$\gamma_{11} = (\Gamma_{22} \Gamma_{33} - \Gamma_{23}^2) / D, \quad \gamma_{22} = (\Gamma_{11} \Gamma_{33} - \Gamma_{13}^2) / D,$$

$$\gamma_{33} = (\Gamma_{11} \Gamma_{22} - \Gamma_{12}^2) / D,$$

$$\gamma_{12} = \gamma_{21} = (\Gamma_{13} \Gamma_{23} - \Gamma_{12} \Gamma_{33}) / D,$$

$$\gamma_{13} = \gamma_{31} = (\Gamma_{12} \Gamma_{23} - \Gamma_{13} \Gamma_{22}) / D,$$

$$\gamma_{23} = \gamma_{32} = (\Gamma_{12} \Gamma_{13} - \Gamma_{11} \Gamma_{23}) / D,$$

$$D = \Gamma_{11} (\Gamma_{22} \Gamma_{33} - \Gamma_{23}^2) - \Gamma_{22} \Gamma_{13}^2 - \Gamma_{33} \Gamma_{12}^2 + 2 \Gamma_{12} \Gamma_{13} \Gamma_{23}$$

$$\Gamma_{11} = c_1 n_1^2 + c_3 (n_2^2 + n_3^2), \quad \Gamma_{22} = c_1 n_2^2 + c_3 (n_1^2 + n_3^2),$$

$$\Gamma_{33} = c_1 n_3^2 + c_3 (n_1^2 + n_2^2),$$

$$\Gamma_{12} = \Gamma_{21} = n_1 n_2 (c_2 + c_3), \quad \Gamma_{13} = \Gamma_{31} = n_1 n_3 (c_2 + c_3),$$

$$\Gamma_{23} = \Gamma_{32} = n_2 n_3 (c_2 + c_3),$$

$$Q_1 = 2e_{14} n_2 n_3, \quad Q_2 = 2e_{14} n_1 n_3, \quad Q_3 = 2e_{14} n_1 n_2.$$

Здесь приняты следующие обозначения для ненулевых компонентов тензоров линейного электрооптического ($\hat{r}^S$), фотоупругого ($\hat{p}^E$) и обратного пьезоэлектрического ($\hat{e}$) эффектов, а также компонентов тензора упругости ($\hat{c}^E$): $r_{123}^S = r_{132}^S = r_{213}^S = r_{231}^S = r_{312}^S = r_{321}^S \equiv r_{41}$, $e_{123} = e_{132} = e_{213} = e_{231} = e_{312} = e_{321} \equiv e_{14}$, $c_{11}^E = c_{22}^E = c_{33}^E \equiv c_1$, $c_{12}^E = c_{13}^E = c_{23}^E = c_{21}^E = c_{31}^E = c_{32}^E \equiv c_2$, $c_{44}^E = c_{55}^E = c_{66}^E \equiv c_3$, $p_{11}^E = p_{22}^E = p_{33}^E \equiv p_1$, $p_{12}^E = p_{23}^E = p_{31}^E \equiv p_2$, $p_{13}^E = p_{21}^E = p_{32}^E \equiv p_3$, $p_{44}^E = p_{55}^E = p_{66}^E \equiv p_4$. Индекс S для тензора линейного электрооптического эффекта r^S означает, что компонента r_{41} тензора линейного электрооптического эффекта измерялась для зажатого кристалла; компоненты тензоров упругости c^E и фотоупругого эффекта p^E измерялись при постоянном электрическом поле. Параметры n_1 , n_2 , n_3 являются направляющими единичного вектора $\mathbf{n}$ в кристаллографической системе координат, который параллелен вектору решетки $\mathbf{K}$. В приведенных выражениях тензор $\hat{\gamma}$ является обратным к тензору $\hat{\Gamma}$ с компонентами $\Gamma_{ik}^E = c_{ijkl}^E n_j n_l$, где c_{ijkl}^E — компоненты тензора упругости c^E .

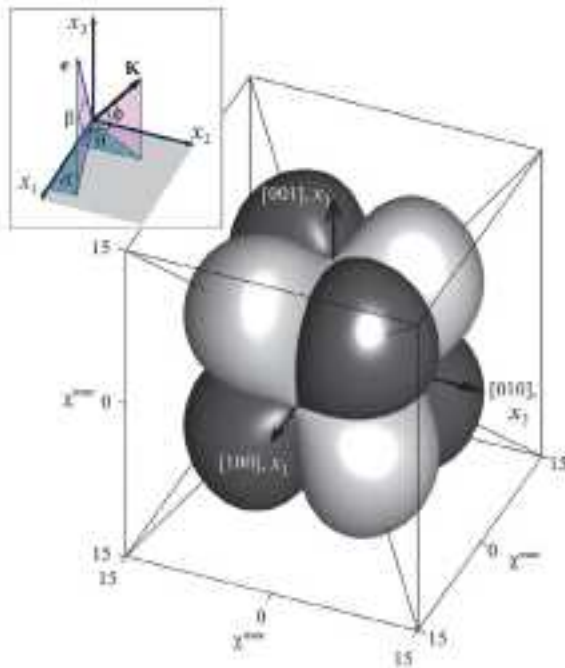


Рис. 2. Указательная поверхность, иллюстрирующая зависимость $\chi^{\max}$ от направления вектора решетки $\mathbf{K}$ в кристаллографической системе координат.

При расчетах использовались следующие значения физических параметров кристалла BSO: показатель преломления невозмущенного кристалла $n_0 = 2.54$ при $\lambda = 633 \times 10^{-9}$ м [2]; электрооптический коэффициент $r_{41} = 5 \times 10^{-12}$ м/В [2]; коэффициенты упругости $c_1 = 12.96 \times 10^{10}$, $c_2 = 2.99 \times 10^{10}$, $c_3 = 2.45 \times 10^{10}$ Н/м² [24]; коэффициенты фотоупругости $p_1 = -0.16$, $p_2 = -0.13$, $p_3 = -0.12$, $p_4 = -0.015$ [25]; пьезоэлектрический коэффициент $e_{14} = 1.12$ К/м² [24].

Методика расчета указательной поверхности, используемой для исследования зависимости наибольших значений амплитуды модуляции показателя преломления фоторефрактивного кристалла от направления вектора решетки $\mathbf{K}$, заключается в следующем. Сначала фиксируется направление вектора решетки $\mathbf{K}$ в кристаллографической системе координат и на основании приведенных в [23] аналитических выражений вычисляются компоненты обратного тензора диэлектрической проницаемости фоторефрактивного кристалла. С использованием выражения (3) строится указательная поверхность $\chi(\mathbf{e})$, определяется максимальное значение параметра $\chi^{\max}$, которое ставится в соответствие вектору решетки $\mathbf{K}$. Далее такая процедура повторяется для других направлений вектора $\mathbf{K}$, в результате чего формируется массив значений параметра $\chi^{\max}$, каждый из которых соответствует своему направлению вектора $\mathbf{K}$ в кристаллографической системе координат. Для построения искомой указательной поверхности по всем возможным

направлениям вектора $\mathbf{K}$, исходящим из начала кристаллографической системы координат, откладываются отрезки, равные по длине соответствующему численному значению $\chi^{\max}$. Концы этих отрезков в совокупности образуют указательную поверхность. Для некоторых направлений нормальная составляющая $\chi^{\max}$ может принимать отрицательные значения. Поэтому при построении указательной поверхности принималось следующее правило: если параметр $\chi^{\max}$ имеет положительный знак, то соответствующая точка поверхности окрашивается в светло-серый цвет, а если $\chi^{\max}$ имеет отрицательное значение — в темно-серый.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 представлена указательная поверхность, которая используется для отображения зависимости $\chi^{\max}(\theta, \phi)$ и получена для кристаллического образца с параметрами BSO. Вставка на рис. 2 приведена для иллюстрации описанной методики расчета и построения указательной поверхности: при фиксированном векторе $\mathbf{K}$ ($\theta, \phi = \text{const}$) значение $\chi^{\max}$ определяется в результате нахождения максимума функции $\chi(\alpha, \beta)$. Указательная поверхность представляет собой фигуру, которая состоит из восьми симметрично расположенных и равных между собой яйцеобразных областей: четырех светло-серых и четырех темно-серых. В соответствии с принципом Неймана [21] элементы внешней симметрии указательной поверхности включают в себя элементы точечной группы кристалла класса симметрии 23: кристаллографическим направлениям $\langle 100 \rangle$ соответствуют поворотные оси второго порядка, а кристаллографическим направлениям $\langle 111 \rangle$, которые совпадают с диагоналями куба, соответствуют поворотные оси третьего порядка.

Светло-серая и темно-серая фигуры, из которых составлена указательная поверхность на рис. 2, по отдельности представлены на рис. 3а и 3б. Как видно из построения, внешняя симметрия светло-серых и темно-серых фигур соответствует симметрии точечной группы кристалла BSO, а сами фигуры могут быть совмещены друг с другом при их вращении относительно точки отсчета. Вдоль поворотных осей второго порядка достигаются одинаковые значения $\chi^{\max}$. Если рассматривать значения параметра $\chi^{\max}$, достигаемые вдоль поворотных осей третьего порядка, то можно заметить, что они существенно различаются. Например, для светло-серой фигуры вдоль направления $[111]$ параметр $\chi^{\max}$ равен нулю, а вдоль направления $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$ параметр $\chi^{\max}$ приблизительно равен 16.

Видимое на рис. 2 соприкосновение светло-серой и темно-серой частей указательной поверхности происходит по границам, лежащим в плоскостях, параллельных срезам $\{100\}$ и проходящих через начало системы координат. На этих границах

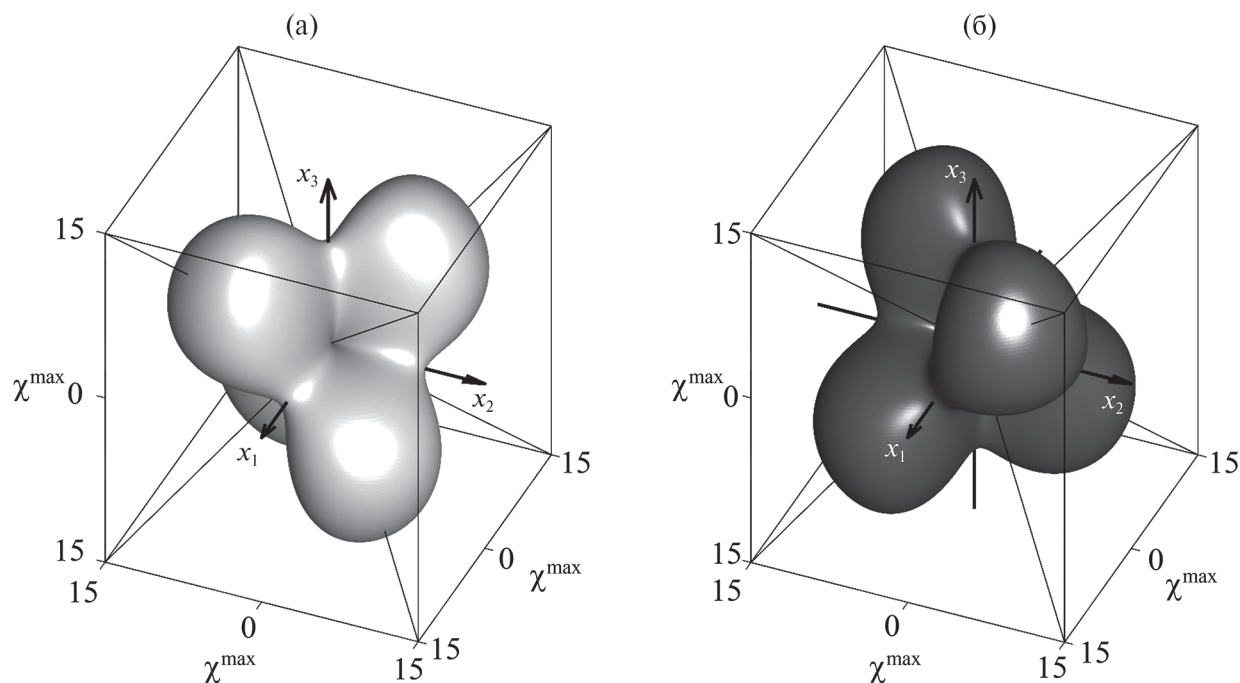


Рис. 3. Светло-серая (а) и темно-серая (б) части указательной поверхности, представленной на рис. 2.

при переходе между областями с разными знаками $\chi^{\max}$ не равен нулю, а происходит скачок между равными по модулю и различными по знаку значениями $\chi^{\max}$. Это обусловлено тем, что светло-серая и темно-серая части указательной поверхности по сути являются отдельными фигурами (рис. 3), точки отсчета которых на рис. 2 пространственно совмещены. В результате формируется указательная поверхность, составленная из кусков поверхностей светло-серой и темно-серой фигур, которым соответствуют значения $\chi^{\max}$. Истинной точкой касания этих фигур при их совмещении (не видна рис. 2) является начало отсчета системы координат, в котором значение нормальной составляющей обращается в нуль. Таким образом, видимые на рис. 2 границы соприкосновения фигур являются линиями их “сшивания” при пространственном совмещении.

При рассмотрении указательной поверхности на рис. 2 является существенным вопрос о нахождении направлений вектора решетки $\mathbf{K}$, для которых оптимизированное по направлению вектора $\mathbf{e}$ значение нормальной составляющей $\chi^{\max}$ компонент симметричного обратного тензора диэлектрической проницаемости фоторефрактивного кристалла принимает экстремальное значение и чему оно равняется. Для решения этой задачи проанализируем сечения представленной на рис. 2 указательной поверхности плоскостями, проходящими через начало координат и параллельными плоскостям срезов (100) (рис. 4), (110) (рис. 5) и (112)

(рис. 6). На рис. 4а, 5а и 6а схематически отображено взаимное расположение секущих плоскостей и указательной поверхности в кристаллографической системе координат (x_1, x_2, x_3) . На рис. 4б, 5б и 6б изображены сечения указательной поверхности: светло-серые линии — это следы пересечения секущей плоскости с окрашенной в светло-серый цвет частью указательной поверхности; темно-серые линии — это следы пересечения секущей плоскости с окрашенной в темно-серый цвет частью указательной поверхности. Штриховые окружности на этих рисунках являются дополнительным построением и приведены для облегчения нахождения экстремальных направлений на сечениях указательной поверхности. Радиус штриховой окружности равен наибольшему значению параметра $\chi^{\max}$, которое достигается для этого сечения.

Приведенный на рис. 4 случай соответствует голографическим конфигурациям, распространенным при записи как пропускающей, так и отражательной решеток. Случай, когда вектор решетки $\mathbf{K}$ параллелен одному из симметрично эквивалентных направлений $\langle 100 \rangle$, наиболее распространен при записи отражательных голограмм [18–20]. Случай, когда вектор $\mathbf{K}$ параллелен одному из симметрично эквивалентных направлений $\langle 110 \rangle$, встречается при изучении свойств пропускающих голограмм [16, 17]. Представленное на рис. 4б сечение является геометрическим местом точек соприкосновения поверхностей светло-серой и темно-серой фигур. Как видно из построения, для любого

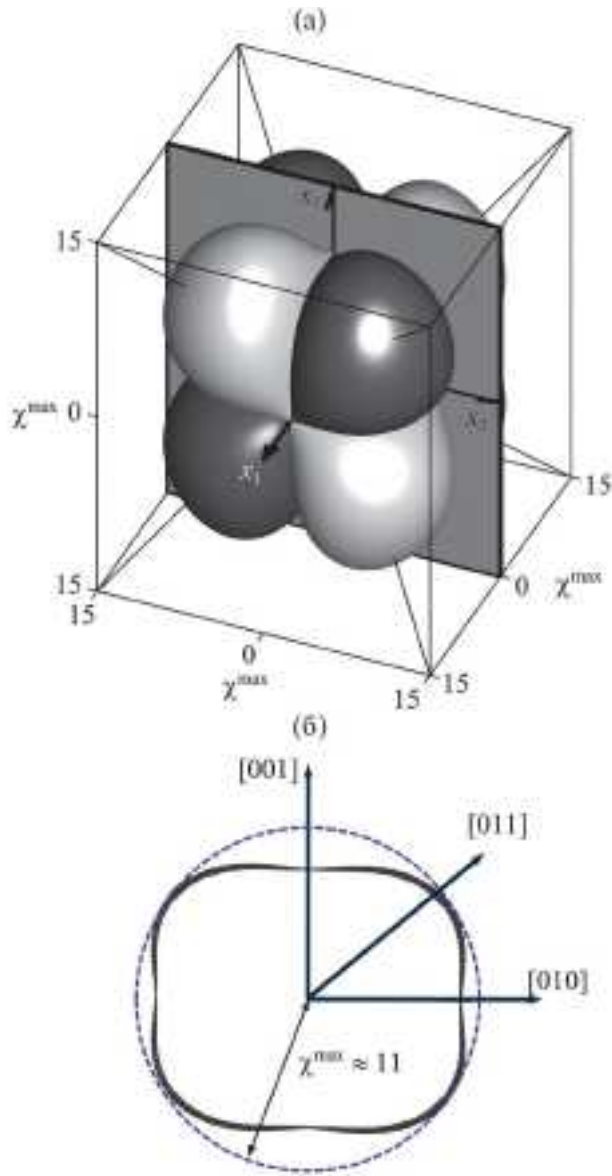


Рис. 4. Схема, отображающая взаимное расположение указательной поверхности и секущей плоскости, параллельной плоскости среза (100) и проходящей через начало кристаллографической системы координат (а); следы пересечения светло-серой и темно-серой частей указательной плоскости с секущей плоскостью (б).

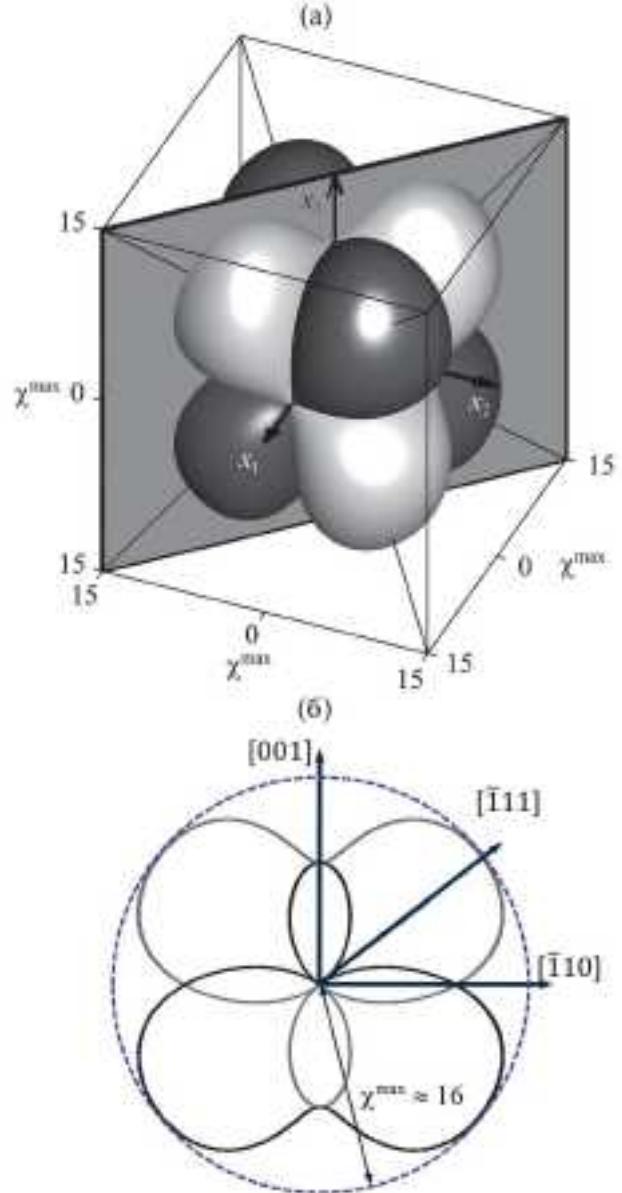


Рис. 5. Схема, отображающая взаимное расположение указательной поверхности и секущей плоскости, параллельной плоскости среза (110) и проходящей через начало кристаллографической системы координат (а); следы пересечения светло-серой и темно-серой частей указательной плоскости с секущей плоскостью (б).

кристаллографического направления в плоскости сечения параметр $\chi^{\max}$ отличен от нуля и его значение изменяется в зависимости от направления вектора $\mathbf{K}$. Вдоль кристаллографических направлений $[011]$, $[0\bar{1}1]$, $[01\bar{1}]$ и $[0\bar{1}\bar{1}]$ параметр $\chi^{\max}$ достигает больших значений ($\chi^{\max} \approx 11$) по сравнению со случаями, когда вектор решетки параллелен кристаллографическим осям $[010]$ и $[001]$. С учетом внешней симметрии указательной поверхности, представленной на рис. 2, можно утверждать, что

при ориентации вектора решетки $\mathbf{K}$ вдоль всех симметрично эквивалентных направлений $\langle 110 \rangle$ достигаются большие значения параметра $\chi^{\max}$ по сравнению с направлениями $\langle 100 \rangle$.

Рассмотрение сечения, представленного на рис. 4б, не позволяет судить, являются ли направления $\langle 110 \rangle$ экстремальными для указательной поверхности. Для ответа на этот вопрос рассмотрим сечение указательной поверхности плоскостью,

параллельной (110) и представленной на рис. 5б. Такая голографическая конфигурация рассмотрена во многих работах, где исследовались ориентационные зависимости выходных энергетических характеристик пропускающей голограммы в фоторефрактивном кристалле среза (110). В этом случае при изменении ориентационного угла кристалла за счет его вращения относительно направления [110] происходит вращение вектора пропускающей решетки $\mathbf{K}$ в плоскости сечения [17].

Сечение указательной поверхности плоскостью, параллельной (110), позволяет сравнить нормальные составляющие изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла в симметрично эквивалентных направлениях $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$. Как видно из рис. 5б, достигаемые значения параметра $\chi^{\max}$ в симметрично эквивалентных направлениях $\langle 100 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$ не являются максимально возможными. Штриховая окружность на рис. 5б имеет больший радиус, чем на рис. 4б, и касается сечения указательной поверхности вдоль диагоналей куба. Следовательно, экстремальными направлениями рассматриваемого сечения являются оси $[\bar{1}11]$, $[\bar{1}\bar{1}1]$, $[1\bar{1}\bar{1}]$ и $[11\bar{1}]$. С учетом внешней симметрии указательной поверхности можно утверждать, что ее экстремальными направлениями являются направления, симметрично эквивалентные $\langle 111 \rangle$. При этом достигаемое значение параметра $\chi^{\max}$ составляет 16 и приблизительно на 50% превышает значение $\chi^{\max}$, которое достигается вдоль направлений $\langle 100 \rangle$, что совпадает с выводами [12]. Таким образом, наибольшая амплитуда модуляции показателя преломления достигается при ориентации его волнового вектора вдоль одного из направлений семейства $\langle 111 \rangle$.

Рассмотрим практически важный случай, когда голографическая решетка записывается в кристалле BSO среза (112) (рис. 6). Такая голографическая конфигурация может быть использована как при записи пропускающих [16], так и отражательных голограмм [19]. Как видно из построения, наибольшие значения $\chi^{\max} \approx 16$ достигаются при ориентации вектора решетки $\mathbf{K}$ вдоль направлений $[\bar{1}\bar{1}1]$ и $[11\bar{1}]$. Вдоль остальных направлений в плоскости сечения достигаемые значения $\chi^{\max}$ имеют меньшие значения.

Величина амплитуды модуляции показателя преломления в фоторефрактивном кристалле является ключевым фактором, влияющим на интенсивность предметной волны. Отметим, что при решении задачи о нахождении наибольших значений выходных энергетических характеристик голограммы в кубическом фоторефрактивном кристалле необходимо учитывать поляризацию световых волн, а также оптическую активность, поглощение и толщину кристаллической среды.

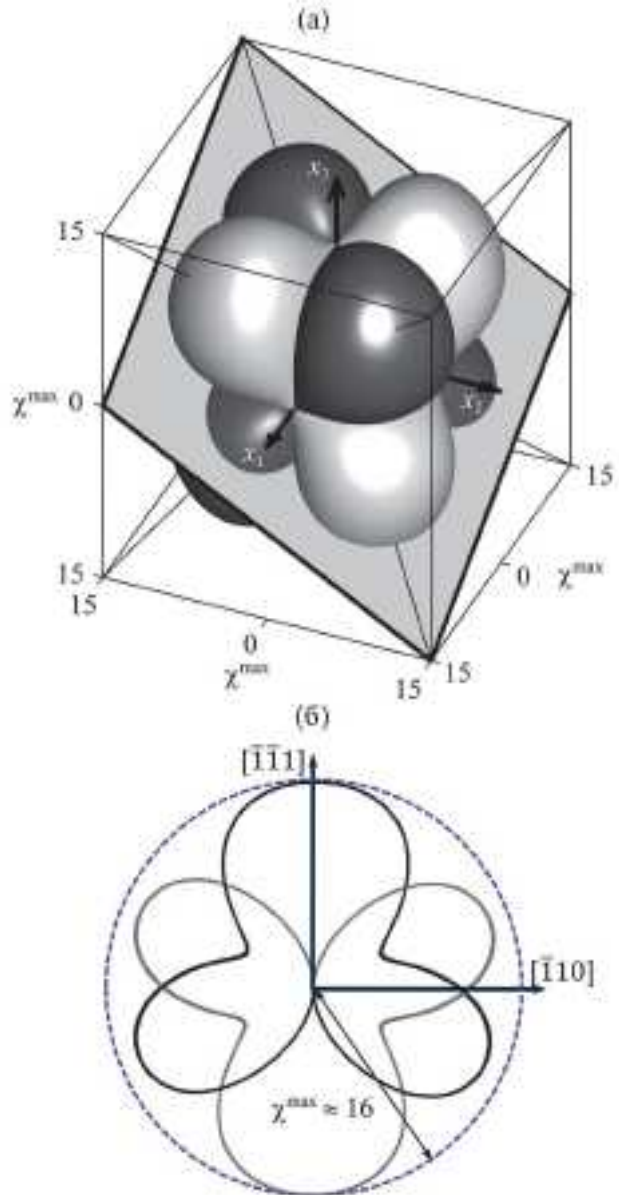


Рис. 6. Схема, отображающая взаимное расположение указательной поверхности и секущей плоскости, параллельной плоскости среза (112) и проходящей через начало кристаллографической системы координат (а); следы пересечения светло-серой и темно-серой частей указательной плоскости с секущей плоскостью (б).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дифракционная эффективность фазовой голографической решетки и коэффициент усиления при двухволновом взаимодействии во многом зависят от амплитуды модуляции показателя преломления фоторефрактивного кристалла. Для нахождения направлений волнового вектора голографической решетки в кристаллографической

системе координат, при которых достигаются экстремальные значения амплитуды модуляции показателя преломления, была построена и изучена указательная поверхность максимальных значений нормальной составляющей изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости, рассчитанной для кристалла BSO. Элементы внешней симметрии указательной поверхности в соответствии с принципом Неймана включают в себя элементы точечной группы симметрии кубического кристалла класса симметрии 23.

В результате анализа сечений указательной поверхности установлено, что наибольшего изменения показателя преломления кристалла BSO при записи в ней голограммы можно достичь в случае, когда волновой вектор решетки ориентирован вдоль одного из симметрично эквивалентных направлений $\langle 111 \rangle$. При этом в этом случае величина амплитуды модуляции показателя преломления оказывается существенно больше, чем в случае ориентации волнового вектора голографической решетки вдоль симметрично эквивалентных направлений $\langle 100 \rangle$ или $\langle 110 \rangle$. Если сравнивать кристаллографические направления $\langle 100 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$, то наибольшее изменение показателя преломления в кристалле BSO достигается в случае, если волновой вектор голограммы направлен вдоль $\langle 110 \rangle$.

Полученные в работе выводы о направлениях максимальных изменений компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости относятся только к кристаллическим образцам с параметрами BSO. Для фоторефрактивных кристаллов класса симметрии 23 (BTO, BGO) и $\bar{4}3m$ (InP, GaAs) направления, вдоль которых достигаются наибольшие значения $\chi^{\max}$, могут отличаться от найденных для кристалла BSO экстремальных направлений. Это обусловлено тем, что компоненты тензоров линейного электрооптического, фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов различаются по величине для этих кристаллов, что, как показало численное моделирование, существенно влияет на форму указательной поверхности и приводит к смещению ее экстремальных направлений. Определение экстремальных направлений остальных фоторефрактивных кристаллов класса симметрии 23 и $\bar{4}3m$ требует их дополнительного рассмотрения.

Автор выражает благодарность рецензенту за внимательное прочтение рукописи и сделанные замечания, что способствовало повышению научного уровня работы и ее информативности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (договор от 22.03.2021 № 1410/2021) в рамках Государственной программы научных исследований № 6 “Фотоника и электроника для инноваций” на 2021–2025 гг. (задание 6.1.14).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nikonov N.V., Petrov V.M.* // Opt. Spectrosc. 2021. V. 129. P. 530.
<http://doi.org/10.21883/OS.2021.04.50764.290-20>
2. *Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В.* Фото-рефрактивные кристаллы в когерентной оптике. СПб.: Наука, 1992. 320 с.
3. *Петров В.М., Шамрай А.В.* Интерференция и дифракция для информационной фотоники. СПб.: Лань, 2019. 460 с.
4. *Blazquez-Castro A., Garcia-Cabanes A., Carrascosa M.* // Appl. Phys. Rev. 2018. V. 5. P. 041101.
<http://doi.org/10.1063/1.5044472>
5. *Tao L., Daghighian H.M., Levin C.S.* // J. Med. Imaging. 2017. V. 4. № 1. P. 011010.
<http://doi.org/10.1117/1.JMI.4.1.011010>
6. *Kwak C.H., Kim G.Y., Javidi B.* // Opt. Commun. 2019. V. 437. P. 95.
<http://doi.org/10.1016/j.optcom.2018.12.049>
7. *Laporte F., Dambre J., Bienstman P.* // Sci. Rep. 2021. V. 11. P. 2701.
<http://doi.org/10.1038/s41598-021-81899-w>
8. *Mallick S., Miteva M., Nikolova L.* // J. Opt. Soc. Am. B. 1997. V. 14. № 5. P. 1179.
<http://doi.org/10.1364/JOSAB.14.001179>
9. *Sim E.S., Kisteneva M.G., Zhurin T.A., Shandarov S.M.* // Russ. Phys. J. 2019. V. 62. P. 132.
<http://doi.org/10.1007/s11182-019-01693-0>
10. *Dadenkov I.G., Tolstik A.L., Miksyuk Yu.I., Saechnikov K.A.* // Opt. Spectrosc. 2020. V. 128. P. 1401.
<http://doi.org/10.21883/OS.2020.09.49867.90-20>
11. *Ромашко Р.В., Безрук М.Н., Кульчин Ю.Н.* // Квантовая электроника. 2022. Т. 52. № 9. С. 850.
12. *Eichler H.J., Ding Y., Smandek B.* // Phys. Rev. A. 1995. V. 52. № 3. P. 2411.
<http://doi.org/10.1103/PhysRevA.52.2411>
13. *Shamonina E., Kamenov V.P., Ringhofer K.H. et al.* // J. Opt. Soc. Am. B. 1998. V. 15. № 10. P. 2552.
<http://doi.org/10.1364/JOSAB.15.002552>
14. *Papazoglou D.G., Apostolidis A.G., Vanidhis E.D.* // Ferroelectrics. 1998. V. 205. P. 87.
<http://doi.org/10.1080/00150199808228390>
15. *Kamenov V.P., Hu Yi, Shamonina E. et al.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. № 2. P. 2863.
<http://doi.org/10.1103/physreve.62.2863>
16. *Deliolanis N.C., Kourmoulis I.M., Apostolidis A.G. et al.* // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 056602.
<http://doi.org/10.1103/physreve.62.2863>
17. *Макаревич А.В., Шепелевич В.В., Навыко В.Н. и др.* // Кристаллография. 2019. Т. 64. № 5. С. 769.
<http://doi.org/10.1134/S002347611905014X>
18. *Naunyk V.N., Shepelevich V.V.* // Phys. Tech. Lett. 2007. V. 33. P. 726.
<http://doi.org/10.1134/S1063785007090039>

19. Naunya V.N., Shepelevich V.V. // Appl. Phys. B. 2009. V. 95. P. 459.
<http://doi.org/10.1007/s00340-009-3549-1>
20. Plesovskikh A.M., Shandarov S.M., Mart'yanov A.G. et al. // Quantum Electronics. 2005. V. 35. № 2. P. 163.
<http://doi.org/10.1134/S1063785007090039>
21. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979. 640 с.
22. Kogelnik H. // J. Opt. Soc. Am. 1967. V. 57. № 3. P. 431.
<http://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1969.tb01198.x>
23. Shandarov S.M., Shepelevich V.V., Khatkov N.D. // Opt. Spectrosc. 1991. V. 70. № 5. P. 627.
24. Александров К.С., Бондаренко В.С., Зайцева М.П. и др. // ФТТ. 1984. Т. 26. Вып. 12. С. 3603.
25. Леонов Е.И., Бабонас Г.А., Реза А.А., Шандарис В.И. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 6. С. 1203.

DETERMINATION OF OPTIMAL DIRECTIONS OF THE WAVE VECTOR OF THE PHASE HOLOGRAPHIC GRATING IN CUBIC PHOTOREFRACTIVE CRYSTAL

© 2024 V. N. Naunya^{a,*}

^a*Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin, 247760, Mozyr, Republic of Belarus*

^{*}*e-mail: valnav@inbox.ru*

The dependence of the change in the components of the inverse permittivity tensor of a cubic photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystal on the direction of the wave vector of holographic grating in the crystal coordinate system has been studied. It is shown that, when recording a phase hologram, the largest change in the refractive index of $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystal is attained when the holographic grating wave vector is oriented along symmetrically equivalent $\langle 111 \rangle$ directions. The maximum possible modulation amplitude of the refractive index of a holographic grating with the wave vector oriented along the $\langle 110 \rangle$ directions is found to exceed that in the case of orientation along the $\langle 100 \rangle$ directions. The components of the inverse permittivity tensor of $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystal were calculated taking into account that a phase hologram is recorded under linear electro-optic, photoelastic, and inverse piezoelectric effects.