

К ВОПРОСУ О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НЕМАТИКОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ. III. УЧЕТ ИНЕРЦИОННОГО ЧЛЕНА В УРАВНЕНИИ ДВИЖЕНИЯ В МОДЕЛИ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ДОМЕНОВ ДЛЯ ДЕФОРМАЦИИ ПОПЕРЕЧНОГО ИЗГИБА

© 2023 г. А. В. Голованов^{1,*}¹Институт элементоорганических соединений им. А.Н. Несмеянова РАН, Москва, Россия

*E-mail: gav@ineos.ac.ru

Поступила в редакцию 10.11.2022 г.

После доработки 01.03.2023 г.

Принята к публикации 14.03.2023 г.

Рассмотрена модель магнитогиродинамических доменов, описывающая движение нематической жидкости с положительной анизотропией диамагнитной восприимчивости в геометрии деформации поперечного изгиба. В уравнении движения нематика модели учтен инерционный член. Это позволило ввести в модель безразмерные параметры — отношения чисел Эриксона к числам Рейнольдса. Введение таких параметров позволяет экспериментально оценивать относительную роль упругих и вязких сил в нематиках различной природы.

DOI: 10.31857/S0023476122600434, EDN: JNPKXI

ВВЕДЕНИЕ

Появление магнитогиродинамических (МГД) доменов в термотропном и лиотропном нематиках при деформации поперечного изгиба под действием магнитного поля описывается системой уравнений нематодинамики [1], записанных в линейном приближении.

В пионерских работах, посвященных данному явлению, рассматривались модели МГД-доменов. В этих моделях в уравнении движения нематической жидкости инерционным членом (ИЧ) $\rho \frac{\partial v}{\partial t}$ пренебрегали ввиду его малости по сравнению с другими слагаемыми [2–4]. В рамках этих моделей выводилась зависимость между волновым вектором доменной структуры и величиной приложенного к слою нематика магнитного поля. Далее полученными уравнениями обрабатывались экспериментальные данные. Результатом являлись вычисляемые отношения констант упругости и отношения коэффициентов вязкости изучаемого нематика [2–4].

В феноменологической теории жидких кристаллов Лесли [5] при анализе уравнений нематодинамики указывалось, что течение нематика можно описывать безразмерными числами. Например, если в уравнениях, описывающих это течение, появляются характерные различные коэф-

фициенты вязкости α , естественно ввести в рассмотрение, как и в теории изотропных жидкостей, безразмерное число Рейнольдса (ЧР):

$$Re = \frac{\rho v l}{\alpha},$$

где ρ — плотность нематика, v и l — характерные значения скорости и длины, ЧР — мера отношения сил инерции, действующих в движущемся нематике, к силам вязкости.

Аналогичным образом, если появляются характерные константы упругости K , в уравнения можно ввести безразмерное число Эриксона (ЧЭ):

$$Er = \frac{\alpha v l}{K}.$$

ЧЭ позволяет оценить относительную роль динамических сил по сравнению с силами, определяющими свободную энергию.

Кроме того, Лесли вводит в рассмотрение отношение ЧР к ЧЭ:

$$v = \frac{Re}{Er} = \frac{\rho K}{\alpha^2}.$$

Это число фактически оценивает роль объемных сил, вынуждающих директор принимать равновесную ориентацию, связанную с эффектом внутреннего (молекулярного) поля, и вязких (диссипативных) сил, выводящих директор из положе-

ния равновесия при наличии конечного градиента скорости [1]. Важно отметить, что хотя сами числа ЧР и ЧЭ зависят от характерных величин изучаемой модели, их отношение от этих величин не зависит, а определяется только параметрами среды. Это позволяет упрощать некоторые модели МГД-доменов. Например, для термоторпных нематиков величина ν имеет порядок 10^{-6} – 10^{-4} [1]. Следовательно,

$$Er \gg Re.$$

Таким образом, в некоторых моделях пренебрегают силами упругости ориентации [6].

Цель настоящей работы – показать, что отказ от пренебрежения ИЧ позволяет ввести в модель МГД-доменов для деформации поперечного из-

гиба несколько параметров $\mu = \frac{Er}{Re} = \frac{\alpha^2}{\rho K}$, число которых определяется числом коэффициентов вязкости, входящих в уравнение движения нематика. Это позволяет экспериментально оценивать относительную роль упругих и вязких сил в нематиках различной природы и является, несомненно, более информативным результатом, чем получение отношений констант упругости и отношений коэффициентов вязкости.

Например, учет ИЧ в уравнении движения нематика для модели, представленной в [2], позволил определить тип гидродинамической неустойчивости, являющейся причиной возникновения доменов [7].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При быстром включении магнитного поля величиной больше критического поля доменообразования через некоторое время в слое жидкого кристалла появляется периодическая структура в виде темных и светлых полос – доменов, являющихся линиями вихря. Для ее описания рассмотрим планарный слой нематика с положительной анизотропией диамагнитной восприимчивости. Декартову систему координат выберем так, чтобы ось z была перпендикулярна плоскости слоя толщины d , а вектор невозмущенной ориентации нематика $\mathbf{n}_0$ был направлен вдоль оси x (рис. 1). Магнитное поле $\mathbf{H}$ прикладывается перпендикулярно $\mathbf{n}_0$ вдоль оси z . Энергию сцепления W_S молекул нематика с поверхностью считаем бесконечной ($W_S \rightarrow \infty$).

Рассмотрим малые возмущения директора $\mathbf{n}$ и вектора $\mathbf{v}$ скорости течения нематика:

$$\mathbf{n} \equiv \{1, 0, \theta(x, z)\}, \quad \mathbf{v} \equiv \{v_x(x, z), 0, v_z(x, z)\}.$$

Для заданной геометрии уравнения движения директора и движения нематика с учетом ИЧ в линейном приближении имеют вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \gamma_1 \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \chi_a H^2 \theta + K_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \\ &+ K_3 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \alpha_2 \frac{\partial v_z}{\partial x} - \alpha_3 \frac{\partial v_x}{\partial z} \quad (a), \\ \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta_1 \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} + \eta_4 \frac{\partial^2 v_z}{\partial x \partial z} + \\ &+ \eta_5 \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \alpha_3 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right) \quad (б), \\ \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \eta_2 \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \eta_6 \frac{\partial^2 v_x}{\partial x \partial z} + \\ &+ \alpha_4 \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right) \quad (в), \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где η_j – коэффициенты вязкости, выраженные через различные комбинации коэффициентов вязкости Лесли [2], α_i – коэффициенты вязкости Лесли, χ_a – анизотропия диамагнитной восприимчивости, γ_1 – вращательная вязкость, ρ – плотность нематика, p – давление, K_1 – константа упругости поперечного изгиба, K_3 – константа упругости продольного изгиба.

Вычисляя $\frac{\partial}{\partial z}(1б) - \frac{\partial}{\partial x}(1в)$ и вводя функцию тока Лагранжа $\psi(x, z, t)$ [8]

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_z = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2)$$

для уменьшения числа переменных, запишем (1) в безразмерном виде, используя одноконстантное приближение – $K_1 = K_3$:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{t}} &= h^2 \theta + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{z}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial \tilde{x}^2} - \frac{\alpha_3}{\alpha_2} \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial \tilde{z}^2}, \\ \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \left(\frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial \tilde{z}^2} \right) &= \mu_1 \frac{\partial^4 \tilde{\psi}}{\partial \tilde{z}^4} + \mu_2 \frac{\partial^4 \tilde{\psi}}{\partial \tilde{x}^4} + \\ &+ \mu_3 \frac{\partial^4 \tilde{\psi}}{\partial \tilde{x}^2 \partial \tilde{z}^2} + \mu_4 \frac{\partial^2}{\partial \tilde{z}^2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{t}} \right) - \mu \frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{t}} \right), \end{aligned} \right. \quad (3)$$

где $\tilde{x} = \frac{\pi}{d}x$ и $\tilde{z} = \frac{\pi}{d}z$, $\tilde{\psi} = \frac{\alpha_2}{K_1}\psi$, $\tilde{t} = \frac{t}{\tau_0}$, $h = \frac{H}{H_F}$, $\tau_0 = \frac{\gamma_1 d^2}{\pi^2 K_1}$ – характерное время задачи, $H_F = \frac{\pi}{d} \sqrt{\frac{K_1}{\chi_a}}$ – критическое поле Фредерикса для деформации поперечного изгиба, $\mu = \frac{\alpha_2^2}{\rho K_1}$, $\mu_1 = \frac{\gamma_1 \eta_1}{\rho K_1}$, $\mu_2 = \frac{\gamma_1 \eta_2}{\rho K_1}$, $\mu_3 = \frac{\gamma_1 \eta_7}{\rho K_1}$, $\mu_4 = \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\rho K_1}$ – коэффициенты ($\eta_7 = \eta_5 + \alpha_4 - \eta_4 - \eta_6$), которые можно определить как отношение пяти чисел ЧЭ:

$$Er = \frac{\alpha_2 \nu l}{K_1}, \quad Er = \frac{\eta_1 \nu l}{K_1}, \quad Er = \frac{\eta_2 \nu l}{K_1},$$

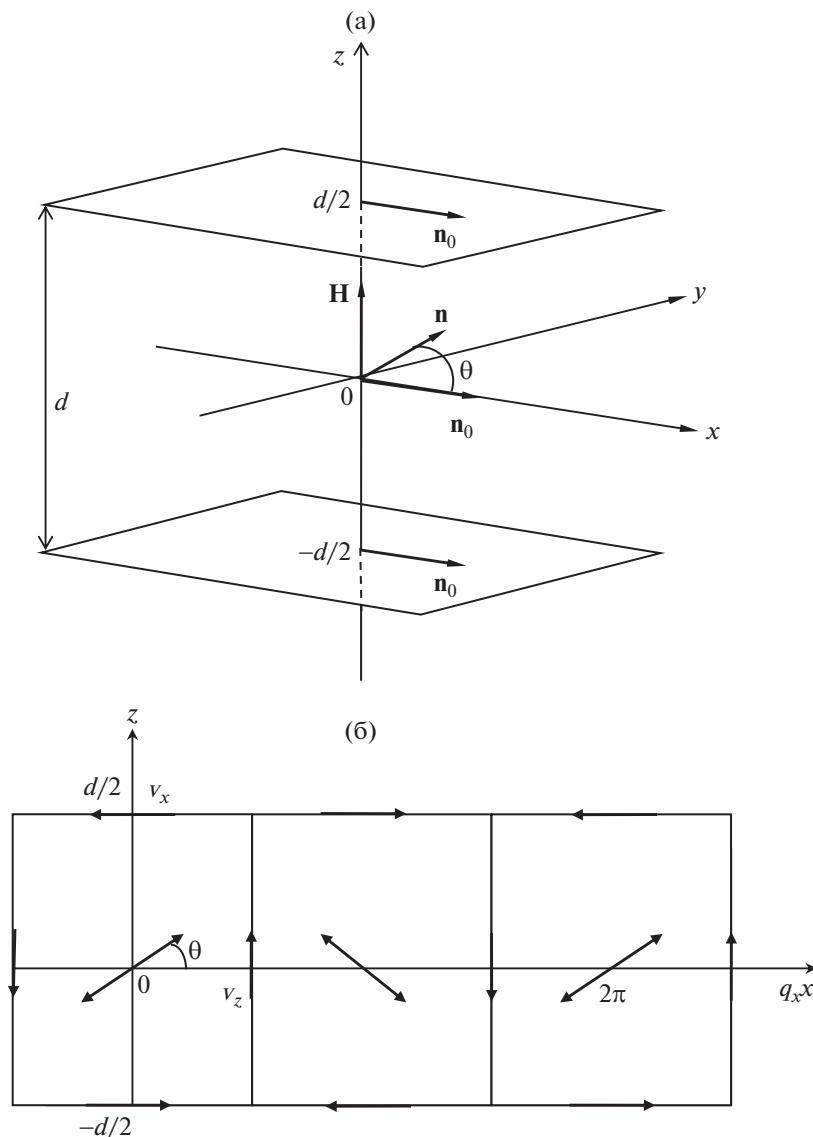


Рис. 1. Геометрия задачи (а), схематичное изображение вихрей в плоскости xz (б): линии вихря параллельны оси y , $\mathbf{n}_0$ – вектор невозмущенной ориентации нематика, $\mathbf{n}$ – директор, $\mathbf{H}$ – магнитное поле, d – высота вихрей по оси z . Вся структура периодична по оси x . Верхняя и нижняя поверхности нематика определяются уравнением $z = \pm \frac{d}{2}$.

$$Er = \frac{\eta_7 v l}{K_1}, \quad Er = \frac{\alpha_3 v l}{K_1}$$

к двум числам ЧР:

$$Re = \frac{\rho v l}{\alpha_2} \quad \text{и} \quad Re = \frac{\rho v l}{\gamma_1}.$$

Здесь необходимо дать пояснения по поводу количества ЧЭ и ЧР. Система уравнений (1) (строки б, в) содержит восемь коэффициентов вязкости. В ходе преобразования (1) к (3) их количество сводится к пяти (пояснения к (3)). Это влечет за собой определение пяти ЧЭ. В (1а) входят

коэффициент вязкости, определяющий поворот молекул без перемещения их центров масс γ_1 , и два коэффициента вязкости α_2 и α_3 , связанные с перемещением центров масс. Это приводит к обезразмериванию времени через γ_1 , а функцию тока – через α_2 . Что влечет за собой появление двух ЧР.

Введенная функция тока (2) удовлетворяет уравнению несжимаемости

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0.$$

Граничные условия задачи имеют вид:

$$\left. \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial \tilde{x}} \right|_{\tilde{z}=\pm\frac{\pi}{2}} = 0; \quad \left. \frac{\partial^2 \tilde{\Psi}}{\partial \tilde{z}^2} \right|_{\tilde{z}=\pm\frac{\pi}{2}} = 0; \quad \theta|_{\tilde{z}=\pm\frac{\pi}{2}} = 0. \quad (4)$$

Решая (3) методом Фурье, найдем зависимость $h^2(\tilde{q}_x^2)$.

РЕШЕНИЕ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Решения системы (3) будем искать в виде функций, периодических вдоль оси x :

$$\begin{cases} \tilde{\Psi} = \tilde{\Psi}_0 \cos(\tilde{q}_x \tilde{x}) \cos(\tilde{q}_z \tilde{z}) \exp(\tilde{s} \tilde{t}), \\ \theta = \theta_0 \cos(\tilde{q}_x \tilde{x}) \cos(\tilde{q}_z \tilde{z}) \exp(\tilde{s} \tilde{t}), \end{cases} \quad (5)$$

где $\tilde{q}_x$ и $\tilde{q}_z$ — безразмерные волновые векторы вдоль осей x и z , $\tilde{s}$ — безразмерное обратное время включения доменной структуры. В [4] показано, что $\tilde{q}_z = 1$ для случая абсолютно жесткого сцепления директора с границами. Поэтому (5) запишется как

$$\begin{cases} \tilde{\Psi} = \tilde{\Psi}_0 \cos(\tilde{q}_x \tilde{x}) \cos \tilde{z} \exp(\tilde{s} \tilde{t}), \\ \theta = \theta_0 \cos(\tilde{q}_x \tilde{x}) \cos \tilde{z} \exp(\tilde{s} \tilde{t}), \end{cases} \quad (6)$$

что удовлетворяет граничным условиям (4).

Для анализа получаемых далее соотношений в качестве модельной системы (МС) используем n -метоксibenзилиден- n -бутиланилин, поскольку для него определены все необходимые материальные константы (при 25°C): $\rho = 1.088$ г/см³, $K_1 = 6 \times 10^{-7}$ дин, $\gamma_1 = 77$ сП, $\alpha_2 = -77.5$ сП, $\alpha_3 = -1$ сП, $\alpha_4 = 83$ сП, $\eta_1 = 24$ сП, $\eta_2 = 103$ сП и $\eta_7 = 134$ сП [9]. Имеем $\mu = 9.2 \times 10^5$, $\mu_1 = 2.75 \times 10^5$, $\mu_2 = 1.21 \times 10^6$, $\mu_3 = 1.56 \times 10^6$, $\mu_4 = 1.19 \times 10^4$.

Подставляя (6) в (3), получаем квадратное уравнение для величины $\tilde{s}$:

$$(\tilde{q}_x^2 + 1)\tilde{s}^2 + [-(\tilde{q}_x^2 + 1)h^2 + A\tilde{q}_x^4 + B\tilde{q}_x^2 + \mu_1 + 1 - \mu_5]\tilde{s} - Ch^2 + \mu_2\tilde{q}_x^6 + D\tilde{q}_x^4 + F\tilde{q}_x^2 + \mu_1 = 0, \quad (7)$$

где $A = \mu_2 - \mu + 1 \approx \mu_2 - \mu$; $B = \mu_3 + 2\mu_4 + 2 \approx \mu_3 + 2\mu_4$; $\mu_1 + 1 - \mu_5 \approx \mu_1$ (так как $\mu_i \gg 1$ и 2, а $\mu_1 \gg$

$\gg |1 - \mu_5|$; $\mu_5 = \frac{\alpha_3^2}{\rho K_1} = 153.19$), $C = \mu_2\tilde{q}_x^4 + \mu_3\tilde{q}_x^2 + \mu_1$; $D = \mu_2 + \mu_3$; $F = \mu_1 + \mu_3$.

Решением (7) является функция вида

$$\tilde{s}_{\pm} = \frac{1}{2(X+1)} \times \left\{ Y(X+1) - AX^2 - BX - \mu_1 \pm [Y^2(X+1)^2 + (WX^3 + RX^2 + TX + 2\mu_1)Y + NX^4 + GX^3 + JX^2 + VX + \mu_1^2 - 4\mu_1]^{1/2} \right\}, \quad (8)$$

где $Y = h^2$, $X = \tilde{q}_x^2$, $W = 2(\mu + \mu_2)$, $R = 2(\mu + D - 2\mu_4)$, $T = 2(F - 2\mu_4)$, $N = A^2 - 4\mu_2$, $G = 2(AB - 2(2\mu_2 + \mu_3))$, $J = B^2 + 2\mu_1A - 4(D + F)$, $V = 2\mu_1B - 4F$. Исследуя функцию (8) на экстремум, получаем следующее квадратное уравнение относительно Y :

$$P_1Y^2 + P_2Y + P_3 = 0, \quad (9)$$

где

$$P_1 = \xi X^6 + \phi X^5 + \varpi X^4 + \sigma X^3 + \tau X^2 + \upsilon X + \phi,$$

$$P_2 = \Lambda X^7 + IX^6 + \Gamma X^5 + \Delta X^4 + \Upsilon X^3 + ZX^2 + HX + \Theta,$$

$$P_3 = \Xi X^8 + \Pi X^7 + PX^6 + \Sigma X^5 + EX^4 + MX^3 + \Phi X^2 + \Omega X + \Psi,$$

а коэффициенты в многочленах P_1 , P_2 и P_3 являются различными алгебраическими комбинациями коэффициентов μ_i . На рис. 2 представлены функции (8) и (9). Очевидно, что кривая $Y(X)$ пересекает семейство кривых $\tilde{s}_{\pm}(X, Y)$ в точках максимумов. Такое же поведение этих функций описано в [2, 10], где дан анализ решения системы (1) без учета ИЧ.

Решение (9) для положительных значений Y можно представить в виде

$$Y_+ = \frac{1}{2} \left\{ \left[-\frac{\Lambda}{\xi} X - \left(\frac{\xi I - \pi \Lambda}{\xi^2} \right) - \delta_1(X) + \left[\left(\frac{\Lambda}{\xi} X + \left(\frac{\xi I - \pi \Lambda}{\xi^2} \right) + \delta_1(X) \right)^2 - 4 \left(\frac{\Xi}{\xi} X^2 + \frac{\xi \Pi - \pi \Xi}{\xi^2} X + \frac{\pi^2 \Xi + \xi(\xi P - \varpi \Xi - \pi \Pi)}{\xi^3} + \delta_2(X) \right) \right]^{1/2} \right] \right\}, \quad (10)$$

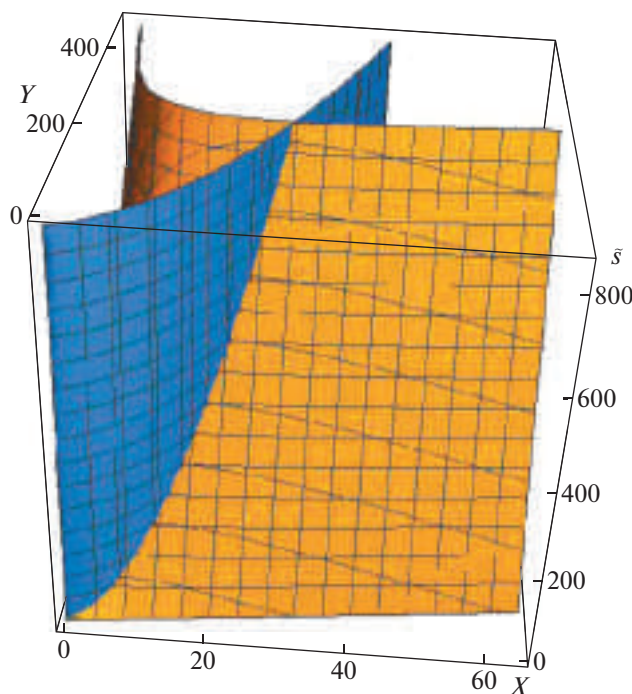


Рис. 2. Функции (8) и (9), представленные в системе координат $X, Y, \bar{s}$.

где $\delta_1(X) = \frac{O_1(X)}{P_1}$ и $\delta_2(X) = \frac{O_2(X)}{P_1}$ – дробные рациональные функции, а $O_1(X)$ и $O_2(X)$ – остатки от деления многочленов P_2 и P_3 на многочлен P_1 соответственно.

Проанализируем полученное решение. В экспериментах по наблюдению МГД-доменов устанавливается связь между величинами h^2 и $\tilde{q}_x^2$. Аппроксимация экспериментальных результатов функцией (10) дает возможность получить дан-

ные по величинам μ_i , если сократить число аппроксимирующих коэффициентов в ней до пяти.

Для уменьшения количества аппроксимирующих коэффициентов применим прием, использованный в [10]. Анализ поведения функций $\delta_1(X)$ и $\delta_2(X)$ показывает, что при $X \rightarrow \infty$ $\delta_1(X)$ и $\delta_2(X) \rightarrow 0$. Следовательно, для больших значений X влиянием этих функций в (10) можно пренебречь. Тогда (10) преобразуется к виду

$$Y_+ = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{\Lambda}{\xi} X - \left(\frac{\xi I - \varphi \Lambda}{\xi^2} \right) + \left[\frac{\Lambda^2 - 4\xi \Xi}{\xi^2} X^2 + \frac{2(\xi \Lambda I - 2\xi(\varphi \Xi - \xi \Pi) - \varphi \Lambda^2)}{\xi^3} X + \frac{(\xi I - \varphi \Lambda)^2 - 4\xi(\varphi^2 \Xi + \xi(\xi P - \varphi \Xi - \varphi \Pi))}{\xi^4} \right]^{1/2} \right\}, \quad (11)$$

где

$$\xi = 4(W^2 - 4A^2); \quad \varphi = 6\xi; \quad \Lambda = -64\mu_2 W;$$

$$\Xi = -64\mu_2 N; \quad \Pi = -64\mu_2(4N + G);$$

$$I = 64\mu_2 R + 16W(A^2 - 13\mu_2) + 8G;$$

$$\varpi = 4W(9W + 4R - 2T) - A(208A + 36(B - \mu_1));$$

$$P = (8N + 2G)^2 + 8N(6G - 2A(2B - \mu_1)) - 16A^2(4N + 4G + J).$$

В [2] экспериментально получена зависимость $\tilde{q}_x^2(h^2)$ для МС. Домены наблюдались в диапазоне значений величины h^2 от 17 до 400. Для данного диапазона ошибка в определении величины $\tilde{q}_x^2$ по (11) уменьшается с 6,2% для $h^2 = 17$

до 2.1% для $h^2 = 400$. Отсюда следует, что функцией (11), учитывая величину ошибки, можно аппроксимировать экспериментальные результаты, поскольку теперь число аппроксимирующих коэффициентов и коэффициентов μ_i становится равным.

Для определения μ_i необходимо решить систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \alpha = -\frac{\Lambda}{2\xi} = \frac{(\mu + \mu_2)}{\mu}, \\ \beta = \frac{6\Lambda - I}{2\xi} \approx -\frac{I}{2\xi} = \frac{2\mu_2\mu_4 + \mu\mu_3}{2\mu_2} - \frac{2\mu_2\mu_4 + \mu\mu_3}{2\mu}, \\ \kappa = \frac{\Lambda^2 - 4\xi\Xi}{4\xi^2} \approx -\frac{\Xi}{\xi} = \frac{(\mu + \mu_2)^2}{\mu}, \\ \delta = \frac{\xi\Lambda I - 2\xi^2(6\Xi - \Pi) - 6\xi A^2}{2\xi^3} \approx \\ \approx \frac{\Lambda I - 2\xi(6\Xi - \Pi)}{2\xi^2} = \left(\frac{\mu + \mu_2}{\mu}\right) \times \\ \times \left(\frac{2\mu_2\mu_4 + \mu\mu_3}{\mu_2} - \frac{2\mu_2\mu_4 + \mu\mu_3}{\mu}\right) + \\ + \frac{4\mu\mu_2 + 2(\mu_2 - \mu)(\mu_3 + 2\mu_4) - 2\mu_2^2 - 2\mu^2}{\mu}, \\ \varepsilon = \frac{\xi^2(I - 6\Lambda)^2 - 4\xi^2(\xi(36\Xi + P - 6\Pi) - \varpi\Xi)}{4\xi^4} \approx \\ \approx \frac{I^2 - 4(\xi(36\Xi + P - 6\Pi) - \varpi\Xi)}{4\xi^2} = \\ = \left(\frac{2\mu_2\mu_4 + \mu\mu_3}{2\mu} - \frac{2\mu_2\mu_4 + \mu\mu_3}{2\mu_2}\right)^2 + \\ + \frac{12(\mu_2 - \mu)(\mu_2 - \mu - \mu_3 - 2\mu_4)}{\mu} - \\ - \frac{(\mu_2 - \mu)^2}{\mu} \left(\frac{976}{64} + \frac{64(\mu_3 - \mu_1) - 72\mu}{64\mu_2} - \frac{72\mu_2}{64\mu}\right) - \\ - \frac{1}{8\mu\mu_2} (2(\mu_2 - \mu)^2(4\mu_1 + 6\mu_3 - 20\mu_2) - \\ - 8(\mu_2 - \mu)(\mu_3 + 2\mu_4)(10\mu_2 + \mu_3) - 16\mu_1\mu_2(\mu_2 - \mu)), \end{cases} \quad (12)$$

где $\alpha, \beta, \kappa, \delta, \varepsilon$ – аппроксимирующие коэффициенты, получаемые при обработке экспериментальной зависимости $\tilde{q}_x^2(h^2)$ функцией (11). Поскольку (12) – система нелинейных уравнений, для получения ее решения аналитически она упрощалась путем пренебрежения слагаемыми, имеющими по порядку величины значения много меньшие тех, которые не исключались.

Решение (12) имеет вид:

$$\begin{cases} \mu' = \frac{\kappa}{(\alpha - 2)^2}; \\ \mu'_1 = \frac{1}{8(\alpha - 2)\kappa} \times \\ \times \left(16\kappa^2 + \alpha(2\beta(4\beta + 5\kappa + 2\delta) - 9\kappa^2) + 4\kappa\varepsilon - \right. \\ \left. - 5\kappa\delta - \delta^2 - 4\beta(3\kappa + \delta) - 4\alpha^2\beta^2 \right) - \\ - \frac{(\delta - 2\alpha\beta - 2\kappa)^2}{32(\alpha - 2)(\alpha - 1)^2}; \\ \mu'_2 = \frac{\kappa(\alpha - 1)}{(\alpha - 2)^2}; \\ \mu'_3 = \frac{(\alpha - 1)(2\alpha\beta + 2\kappa - 4\beta - \delta)}{2(\alpha - 2)^2}; \\ \mu'_4 = \frac{2\alpha\beta + \delta - 4\beta - 2\kappa}{4(\alpha - 2)^2}. \end{cases} \quad (13)$$

Рассмотрим ошибки, вносимые в значения μ'_i из (13), приближениями, сделанными при получении (11) и (12). Для этого вычисляем величины из (7), (8), (11) и (12), используя значения μ_i МС. Затем численные значения $\alpha, \beta, \kappa, \delta, \varepsilon$ подставляем в (13) и сравниваем вычисленные значения μ'_i с μ_i . В итоге получим: ошибки в численных значениях $\mu', \mu'_1, \mu'_2, \mu'_3, \mu'_4$ составляют 0.054, 0.065, 0.048, 0.034, 0.6% соответственно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследован вопрос о том, что нового дает учет ИЧ в уравнении движения нематика для деформации поперечного изгиба в модели МГД-доменов. Во-первых, учет ИЧ позволяет ввести в модель безразмерные параметры – отношения ЧЭ к ЧР, что исключает из модели характерные величины (характерную скорость и толщину слоя нематика) и оставляет лишь материальные константы, характеризующие нематик. Во-вторых, получение величин отношений этих чисел в экспериментах по наблюдению за МГД-доменами позволяет оценить относительную роль упругих и вязких сил в нематиках различной природы. Как было сказано выше, если ИЧ в уравнении движения пренебрегать, то сопоставление такой модели доменной структуры с экспериментом позволяет получать лишь отношения констант упругости и отношения коэффициентов вязкости изучаемого нематика. Следовательно, конечный результат экспериментального исследования МГД-доменов на основе модели, учитывающей ИЧ, является более информативным по сравнению с исследованиями, базирующимися на модели без учета ИЧ.

Работа выполнена в рамках Государственного задания № 075-03-2023-642 Министерства науки и высшего образования РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пикин С.А.* Структурные превращения в жидких кристаллах. М.: Наука, 1981. 336 с.
2. *Guyon E., Meyer R., Salan J.* // *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* 1979. V. 54. P. 261.
3. *Hurd A.J., Fraden S., Lonberg F., Meyer R.B.* // *J. Phys. France.* 1985. V. 46. № 6. P. 905.
4. *Kaznacheev A.V.* // *Mol. Mater.* 1993. V. 2. P. 283.
5. *Leslie F.M.* // *Theory of Phenomena in Liquid Crystals. Advances in Liquid Crystals.* V. 4. New York: Acad. Press, 1979. P. 1.
6. *Калугин А.Г.* // *Жидкие кристаллы и их практическое использование.* 2013. Вып. 1. С. 49.
7. *Голованов А.В.* // *Кристаллография.* 2020. Т. 65. № 1. С. 111.
<https://doi.org/10.31857/S0023476120010087>
8. *Берже П., Помо И., Видаль К.* Порядок в хаосе. О детерминистическом подходе к турбулентности. М.: Мир, 1991. 368 с.
9. *Блинов Л.М.* Электро- и магнитооптика жидких кристаллов. М.: Наука, 1978. 384 с.
10. *Голованов А. В.* // *Кристаллография.* 2014. Т. 59. № 1. С. 116.
<https://doi.org/10.7868/S0023476114010056>